FISICA

Para el CBC

- PARTE 2 -

DINAMICA - TRABAJO Y ENERGIA - CHOQUE

DINAMICA

LEYES DE NEWTON – DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE – CUERPOS VINCULADOS - PLANO INCLINADO - ROZAMIENTO – DINAMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR - FUERZAS ELASTICAS – GRAVITACION

TRABAJO Y ENERGIA

TRABAJO DE UNA FUERZA – ENERGIA CINETICA – ENERGIA POTENCIAL – ENERGIA ELASTICA – ENERGIA MECANICA - CONSERVACION DE LA ENERGIA – FUERZAS NO CONSERVATIVAS - POTENCIA

CHOQUE

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO - CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO - CHOQUE PLASTICO - CHOQUE ELAS-TICO - CHOQUE EN 2 DIMENSIONES.

Física para el CBC, Parte 2
- 2ª. edición. – Buenos Aires: Editorial Asimov, 2010

240 p.; 21 x 27 cm.
ISBN: 978-987-23462-3-2

Física para el CBC, Parte 2 - 2ª ed. -

Buenos Aires : Asimov, 2010

v. 1, 240 p. ; 21 x 27 cm.

ISBN 978-987-23462-3-2

1. Física. Título
CDD 530

Fecha de catalogación: 20/03/2007

2ª edición. Tirada: 100 ejemplares.
Se terminó de imprimir en septiembre de 2010

HECHO EL DEPÓSITO QUE ESTABLECE LA LEY 11.723

IMPRESO EN ARGENTINA

ASIMOV

FISICA

Para el CBC

- 2da Parte -

DINAMICA – TRABAJO Y ENERGIA - IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO - CHOQUE

LEYES DE NEWTON - PLANO INCLINADO - ROZAMIENTO - DINAMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR - FUERZAS ELASTICAS – GRAVITACION – TRABAJO Y ENERGIA – CONSERVACION DE LA ENERGIA – FUERZAS NO CONSERVATIVAS – CHOQUE PLASTICO Y ELASTICO.

OTROS APUNTES ASIMOV

*** EJERCICIOS RESUELTOS DE LA GUIA**
Son los ejercicios de la guía de física del CBC resueltos y explicados.

*** PARCIALES RESUELTOS**
Son parciales del año pasado con los ejercicios resueltos y explicados.
También hay parciales de años anteriores.

OTROS LIBROS ASIMOV:

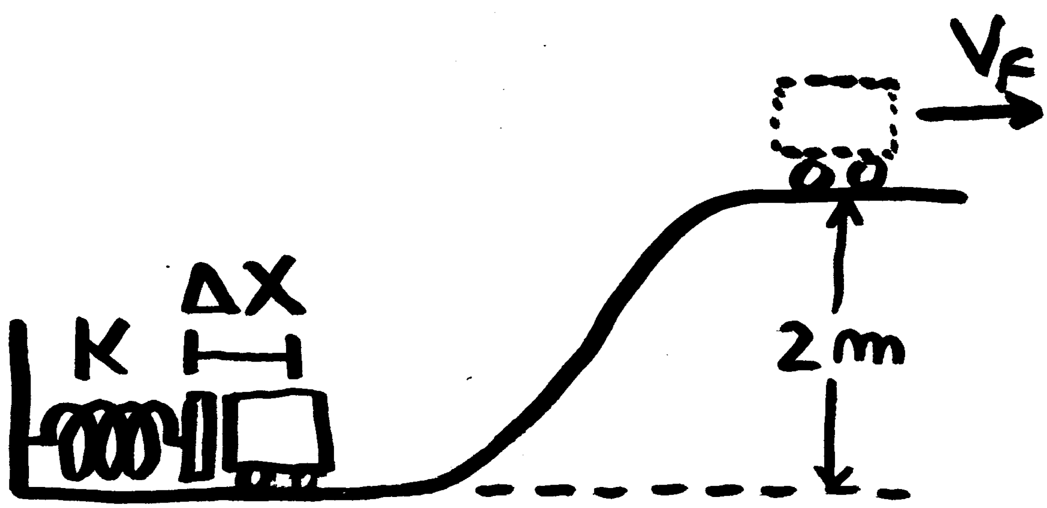
*** QUÍMICA PARA EL CBC**

*** MATEMATICA PARA EL CBC**

*** BIOFISICA PARA EL CBC**

Tienen lo que se da en clase en cada materia pero hablado en castellano.

INDICE


K
ΔX
2 m
V_f

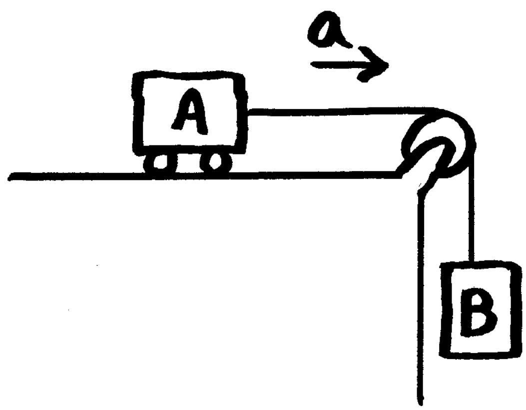
¿ Ves algo en este libro que no está bien ?
¿ Encontraste algún error ?
¿ Hay algo mal explicado ?
¿ Hay algo que te parece que habría que cambiar ?

Mandame un mail y lo corrijo.

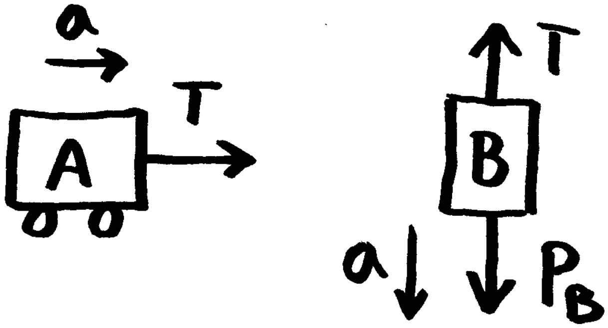
www.asimov.com.ar

DINAMICA

LEYES DE NEWTON



← ESQUEMA



← DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

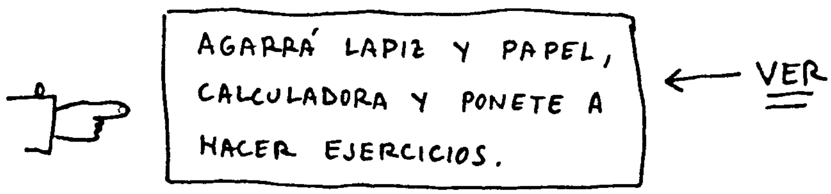
$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

← ECUACIONES

DINÁMICA

LEYES DE NEWTON

Hola ! Esto es una especie de resumen de toda la 1ra parte de Dinámica. La idea es que leas esto y te pongas a hacer problemas. Saber dinámica es saber resolver problemas. Nadie te va a pedir en un examen que repitas las leyes de Newton de memoria. De manera que:

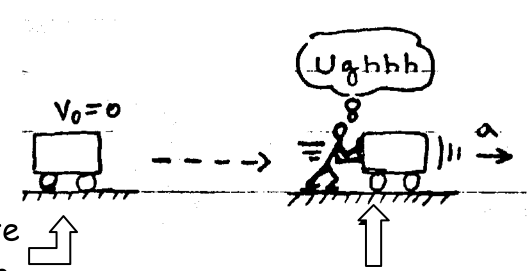


Tenés que hacer problemas y problemas hasta que veas que entendés cómo es el asunto. Antes nada. No busques la fácil en este libro porque no está. La cosa depende más de vos que de mí. Esto es sólo una especie de introducción teórica para que veas de qué se trata el tema. El resto tenés que ponerlo vos.

FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Hay tres conceptos que se usan todo el tiempo en dinámica. Estos conceptos son los de **fuerza**, **masa** y **aceleración.** Prestá atención a esto porque es la base para todo lo que sigue. Vamos.

¿ Qué es una fuerza ?
Una fuerza es una cosa que hace que algo que está quieto se empiece a mover.

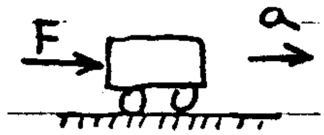


Un señor aplicando una fuerza

Inicialmente está quieto

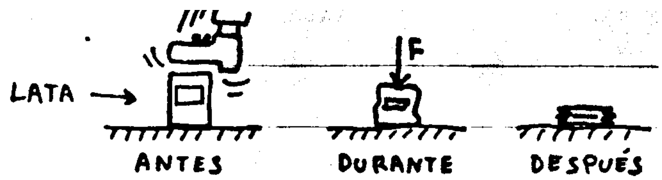
Ahora el tipo empuja y la cosa se empieza a mover

Esta situación de un cuerpo que tiene aplicado una fuerza la simbolizamos poniendo una flechita que representa a la fuerza. Vendría a ser algo así:

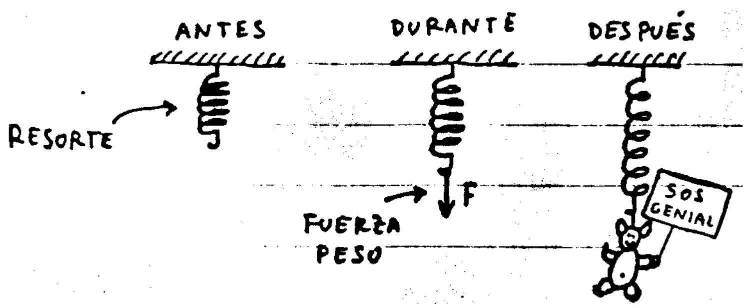


← Representación de una fuerza.

Cuando la fuerza empieza a actuar, el cuerpo que estaba quieto se empieza a mover. Si uno no deja que el cuerpo se mueva, lo que hace la fuerza es deformarlo o romperlo.



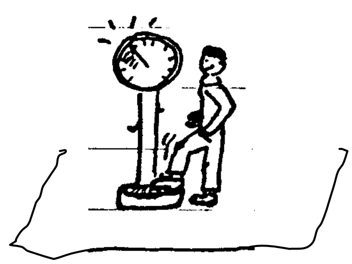
← El cuerpo se deformó por la acción de la fuerza F.



← El resorte se estiró por la acción de la fuerza peso.

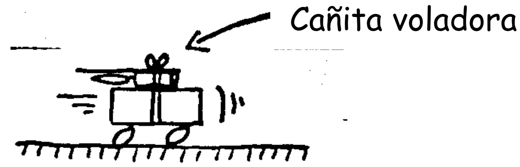
Cuando uno empuja algo con la mano o cuando uno patea una cosa, uno ejerce una fuerza sobre la cosa. Lo que pasa es que este tipo de fuerzas <u>no son constantes</u>. Es decir, por ejemplo:

Si uno le pega un pisotón a una balanza... ⇨



La aguja no se va a quedar quieta todo el tiempo en el mismo lugar. Va a llegar hasta un valor máximo (digamos 50 Kgf). Después va a bajar. Esto indica que la fuerza aplicada sobre la balanza es **variable** (no vale todo el tiempo lo mismo). En la mayoría de los casos ellos siempre te van a dar fuerzas que valen todo el tiempo lo mismo. (Constantes).

De manera que de ahora en adelante, cuando yo te diga que sobre un cuerpo actúa una fuerza F, vos podés que imaginarte esto:

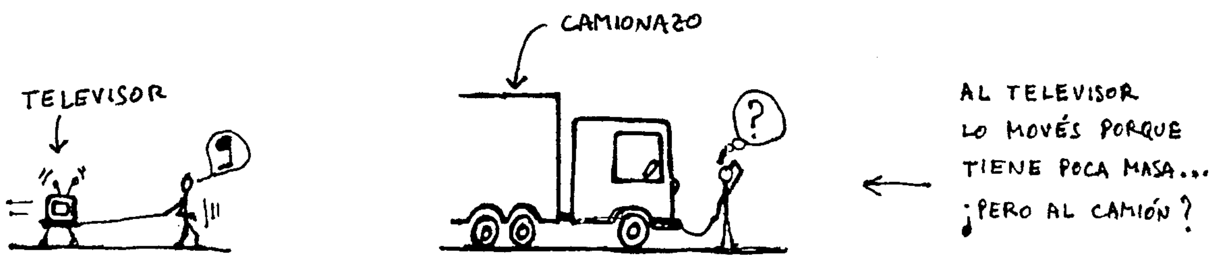


La fuerza está representada por la acción que ejerce la cañita voladora. Entonces, sin entrar en grandes detalles quedemos en que para imaginarse una fuerza conviene pensar que uno tiene una cañita voladora que está empujando a un objeto.

Nota: En realidad una fuerza es algo un poco más complicado de lo que yo puse acá. Te lo expliqué así para que tengas una idea del asunto.

MASA

Cuanto más masa tiene un cuerpo, más difícil es empezar a moverlo. (Empezar a acelerarlo, quiero decir). Y si el tipo viene moviéndose, más difícil va a ser frenarlo.



De manera que la masa es una cantidad que me da una idea de qué tan difícil es acelerar o frenar a un cuerpo. Entonces también se puede entender a la masa como una medida de la tendencia de los cuerpos a seguir en movimiento. Esto vendría a ser lo que en la vida diaria se suele llamar **inercia**.

A mayor cantidad de materia, mayor masa. Si tengo 2 ladrillos del mismo material tendrá más masa el que tenga más átomos. (Atomos, moléculas, lo que sea).

Cuanta más materia tenga un cuerpo, más difícil va a resultar moverlo. Es como que la masa te dice " mi honor está en juego y de aquí no me muevo".

la dificultad en acelerar o frenar un cuerpo está dada en por la cantidad de partículas que ese cuerpo tiene. Y la cantidad de partículas da una idea de la cantidad de materia. (En realidad esto es un poco largo de explicar). Sin entrar en grandes complicaciones, te resumo el asunto así:

La masa de un cuerpo es la cantidad de materia que tiene ⇦ MASA

Masa y fuerza son 2 conceptos que vas a entender mejor después de haber resuelto muchos problemas. Dinámica es así. Lleva tiempo.

ACELERACIÓN

La aceleración es una cantidad que me dice qué tan rápido está aumentando o disminuyendo la velocidad de un cuerpo. Esto ya lo sabés de cinemática. Digamos que si una cosa tiene una aceleración de 10 m/s^2, eso querrá decir que su velocidad aumenta en 10 m/s por cada segundo que pasa. Si al principio su velocidad es cero, después de un segundo será de 10 m/s, después de 2 seg será de 20 m/s, etc.).

LEYES DE NEWTON ← VER

1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA

Si uno tira una cosa, esta cosa se va a mover con movimiento rectilíneo y uniforme a menos que alguien venga y lo toque.Es decir, si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que sobre el actúe una fuerza.
La forma matemática de escribir la primera ley es:

Si $F = 0 \rightarrow a = 0$ (v = cte) ⇦ 1^{ra} LEY

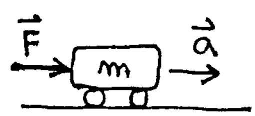
Para entender esto imaginate que venís empujando un carrito de supermercado y de golpe lo soltas. Si no hay rozamiento, el carrito va a seguir por inercia.

⇦ LA VELOCIDAD SERÁ TODO EL TIEMPO DE 10 m/s. (NO HAY ROZ. NI NADIE LO TOCA).

2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA

La ley que viene ahora es la que se usa para resolver los problemas, así que atención. La cosa es así: Si uno le aplica una fuerza a un cuerpo (lo empuja, digamos) el tipo va a adquirir una aceleración que va para el mismo lado que la fuerza aplicada.

Esta aceleración será más grande cuanto mayor sea la fuerza que actúa. Es decir, **a** es directamente proporcional a la fuerza aplicada.
Esta aceleración será más chica cuanto más cantidad de materia tenga el cuerpo. Es decir, **a** será inversamente proporcional a la masa del objeto.
Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo, el tipo se empieza a mover con movimiento rectilíneo uniformemente variado. La velocidad empieza a aumentar, y aumenta lo mismo en cada segundo que pasa. Mirá el dibujito:



⇐ AL HABER **F**, HAY **a**

Todo esto que dije antes se puede escribir en forma matemática como:

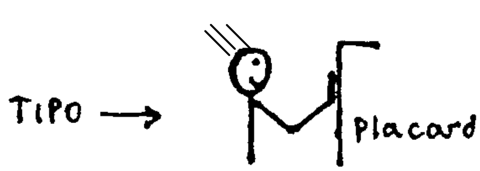
$$a = F / m$$

Si paso la masa multiplicando tengo la forma más común de poner la ley de Newton, que es como les gusta a ellos:

$$\boxed{F = m.a}$$ ← 2da Ley de Newton

3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

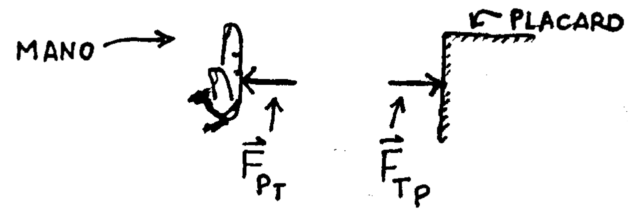
Cuando dos cuerpos interactúan, la fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro. Esto se ve mejor en un dibujito. Imaginate un señor que está empujando algo.



$$F_{TIPO\ PLACARD} = F_{PLACARD\ TIPO}$$

Cuando digo "cuerpos que interactuan" quiero decir cuerpos que se tocan, chocan, explotan, se atraen, se repelen, y cosas por el estilo. Interactuar vendría a querer decir " ejercerse fuerzas mutuamente ".

El diagrama de las fuerzas que actúan sobre el placard y sobre la mano del tipo sería algo así:



Fuerzas del tipo sobre el placard y del placard sobre el tipo.

Ojo, las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas, pero la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **sobre el placard** y la fuerza que ejerce el placard actúa **sobre el tipo**.
Es decir, O.K, acción y reacción son iguales y opuestas, pero **nunca pueden anularse porque están actuando sobre cuerpos distintos.** (Atento con esto !)

ACLARACIONES SOBRE LAS 3 LEYES DE NEWTON

* Las fuerzas son vectores, de manera que se suman y restan como vectores. Quiero decir que si tengo 2 fuerzas que valen 10 cada una, y las pongo así:

  $\xrightarrow{10}\xrightarrow{10}$ la suma de las dos fuerzas dará 20. Ahora, si una de las fuerzas está torcida, **la suma ya no vale 20**. ($\xrightarrow{10}\nearrow_{10}$).

  En este último caso habrá que elegir un par de ejes **X-Y** y descomponer c/u de las fuerzas en las direcciones X e Y. Después habrá que sumar las componentes en x, en y, y volver a componer usando Pitágoras.

* Recordar: Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre sobre cuerpos **distintos**. Acción y reacción NUNCA pueden estar actuando sobre un mismo cuerpo. (Si así fuera, se anularían).

* Encontrar una fuerza aislada en el universo es imposible. Una fuerza no puede estar sola. En algún lado tiene que estar su reacción.

* De las 3 leyes de Newton, la 1ª y la 3ª son más bien conceptuales. Para resolver los problemas vamos a usar casi siempre la 2ª. (F = m . a).

* La 2ª ley dice F = m . a. En realidad F es la fuerza **resultante** de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo .
  Entonces, si en un problema tenemos varias fuerzas que actúan sobre una cosa,

lo que se hace es sumar todas esas fuerzas. Sumar todas las fuerzas quiere decir hallar la fuerza resultante. Ahora pongo la 2da ley de newton como $\Sigma F = m \cdot a$. Esto se lee : La sumatoria (= la suma) de todas las fuerzas que actúan igual a **eme** por **a**.

OJO

> **CONVENCIÓN DE SIGNOS EN DINÁMICA :**
> SENTIDO POSITIVO COMO APUNTA LA ACELERACIÓN.
> CON ESTA CONVENCIÓN, LAS FUERZAS QUE VAN COMO LA ACELERACIÓN SON (**+**) Y LAS QUE VAN AL REVÉS, SON (**−**).

Ejemplo: **2 fuerzas de 5 y 10 N actúan sobre un cuerpo como indica la figura. Plantear la 2da ley de Newton.**

Si tengo 2 fuerzas que actúan sobre el objeto, tengo que plantear que la suma de las fuerzas es "eme por a". Ahora. Ojo. La fuerza de 10 es positiva porque va como la aceleración, y la fuerza de 5 es negativa porque va al revés . Esto es así por la convención de signos que yo adopté. Me queda:

ESTO

$$10N - 5N = m \cdot a$$

$$\Rightarrow 5N = m \cdot a$$

← 5 Newton hacia la derecha es la fuerza resultante .

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: a la aceleración la vamos a medir en m/s^2. (igual que en cinemática). A la unidad m/s^2 no se le da ningún nombre especial.

Masa: a la masa la medimos en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Te recuerdo que 1 litro de agua es la cantidad de agua que entra en un cubo de 10 cm de lado (o sea, 1000 cm^3).

Fuerza: la fuerza la medimos en dos unidades distintas: el Newton y el Kilogramo fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua. Es decir (y esto es importante):

Ojaldre!

> Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf.
> Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg.

Leer!

En los problemas suelen aparecer frases del tipo: Un cuerpo que pesa 2 Kgf...
Levanta el alumno la mano y dice: Profesor, en este problema me dan el peso y yo necesito la masa... ¿ cómo hago ?
¿ La respuesta ?
Bueno, no es muy complicado. El asunto es lo que te comenté antes: No hay que hacer ninguna cuenta. Si algo pesa 2 kilogramos fuerza, su masa será 2 kilogramos masa. Eso es todo. No hay que andar dividiendo por g ni nada por el estilo.
¿ Lo entendiste ? Bien. ¿ No lo entendiste ? ⇨ Fuiste. Esto no hay otra manera de explicarlo. No es que 1 kgf sea " igual " a 1 kg masa. Una cosa que **pesa** 1 kgf tiene una **masa** de 1 kg masa . Esto es así por definición, porque al inventar el kg masa se lo definió como la masa que tiene algo que pesa 1 kgf. (Y viceversa).

Peor esta otra. Un enunciado tipico de problemas de parcial suele ser:
Un cuerpo de 3 kilogramos es arrastrado por una cuerda ... bla, bla, bla.
Levanta la mano el alumno y dice: Profesor, en el problema 2 no me aclaran si los 3 kilogramos son Kg masa o Kg fuerza.
Te pregunto a vos: Esos 3 kilogramos... ¿ Que son ? ¿ Masa o fuerza ?
Rta: Igual que antes. Masa y peso **NO** son la misma cosa, pero en La Tierra, una masa de 3 Kg **pesa** 3 Kg fuerza. Así que es lo mismo. Podés tomarlos como 3 kg masa o como 3 kg fuerza.
Esta coincidencia numérica solo pasa siempre que estemos en La Tierra, aclaro.

La otra unidad de fuerza que se usa es el Newton. Un Newton es una fuerza tal que si uno se la aplica a un cuerpo que tenga una masa de 1Kg, su aceleración será de $1 m/s^2$.

$$\boxed{1 \text{ Newton} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2}$$ ⇦ **1 Newton**

Para que te des una idea, una calculadora pesa más o menos 1 Newton. (Unos 100 gramos). Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

$$\boxed{\mathbf{1 \text{ Kgf} = 10 \text{ Newtons}}}$$ ← Equivalencia entre Kgf y N.

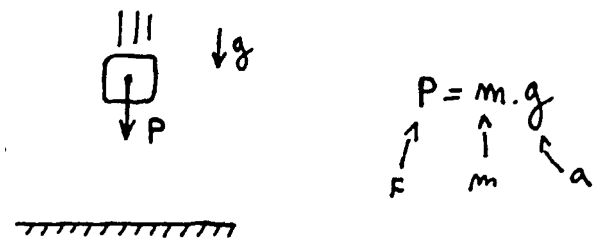
Salvo indicacion en contrario, para los problemas ellos te van a decir que tomes la equivalencia 1 Kgf = 10 N. Esto se hace para facilitar las cuentas, porque en la realidad real, 1 kgf equivale a 9,8 N.

Nota: A veces 1 kilogramo fuerza se pone también así: ⟶ 1Kgr o $1\overrightarrow{Kg}$

PESO DE UN CUERPO

La Tierra atrae a los objetos. La fuerza con que La Tierra atrae a las cosas se llama fuerza PESO. Antes la ley de Newton se escribía $F = m \cdot a$. Ahora se va a escribir $P = m \cdot g$. Esto sale de acá. Fijate.

Diagrama de un cuerpo que está cayendo debido a la fuerza PESO. →



En éste dibujo, la aceleración de caída vale **g** ($= 9{,}8\ m/s^2$) y la fuerza que tira al cuerpo hacia abajo acelerandolo es el peso **P**. Fuerza es igual a masa por aceleración, **F = m . a**. En La Tierra la aceleración es la de la gravedad (**g**) y la fuerza **F** es el peso del cuerpo. Entonces reemplazo **a** por **g** y **F** por **P** en $F = m\,.\,a$ y me queda:

$$\boxed{P = m\,.\,g} \quad \Leftarrow \quad \textbf{FUERZA PESO}$$

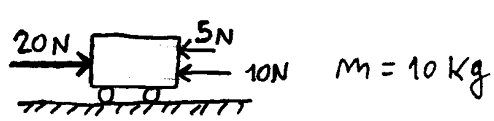
Esta ecuación se lee " peso = masa por gravedad ". La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N que puse antes sale de esta fórmula. Supongamos que tengo una masa de 1 Kg masa. Ya sabemos que su peso en Kilogramos fuerza es de 1 Kgf. Su peso en Newtons será de :

$$P = 1\ Kg \times 9{,}8\ m/s^2 \ \Rightarrow$$

$$P\ (= 1\ Kgf\ ) = 9{,}8\ N$$

EJEMPLO DE CÓMO SE USA LA 2ª LEY DE NEWTON

UN CUERPO TIENE VARIAS FUERZAS APLICADAS COMO INDICA EL DIBUJO. CALCULAR SU ACELERACIÓN.



Con este ejemplo quiero que veas otra vez este asunto de la convención de signos que te expliqué antes. Fijate. El cuerpo va a acelerar para la derecha porque la fuerza 20 N es mayor que la suma de las otras dos (15 N). Planteo la 2da ley:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 20\ N - 5\ N - 10\ N = m.a$$

$$\Rightarrow 5\,\text{N} = 10\,\text{Kg}\cdot\text{a} \qquad \Rightarrow \quad 5\,\frac{\text{Kg.m}}{\text{s}^2} = 10\,\text{Kg.a}$$

$$\Rightarrow \underline{\text{a} = 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \qquad \leftarrow \text{Aceleración del cuerpo (va así} \rightarrow\text{).}$$

Una vez más, fijate que al elegir sentido positivo en sentido de la aceleración, las fuerzas que apuntan al revés que el vector aceleración son **negativas.** Repito. Esto es una convención. Podés tomar la convención contraria, pero entonces el asunto se te va a complicar.

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ← OJO

El diagrama de cuerpo libre es un dibujito que se hace para poder resolver los problemas de dinámica. Casi siempre es absolutamente imprescindible hacer el diagrama de cuerpo libre para resolver un problema. Si no hacés el diagrama, o lo hacés mal, simplemente terminás equivocandote.

Si lo querés ver de otra manera te digo lo siguiente: Muchas veces los chicos resuelven los problemas de dinámica así nomás, aplicando alguna formulita o algo por el estilo. Sin hacer ni dibujo, ni diagrama ni nada. Pués bien, te advierto que en el parcial ellos te van a tomar un problema en donde te veas obligado a hacer el diagrama de cuerpo libre. Y si el diagrama está mal... ¡ Todo lo demás también va a estar mal !

Esto no es algo que inventé yo. Simplemente es así. La base para resolver los problemas de dinámica es el diagrama de cuerpo libre.

¿Qué es saber Dinámica?
Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre.

Y si nadie te dijo esto antes, te lo digo yo ahora :

VER →

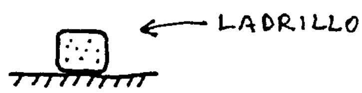
NADIE APRUEBE SIN SABER HACER DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE.

¿ CÓMO SE HACEN LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ?

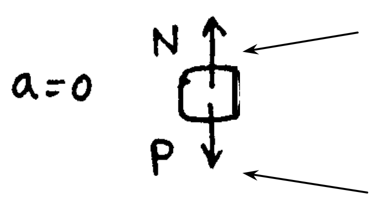
Cuerpo libre significa cuerpo solo, sin nada al lado. Eso es exactamente lo que se hace. Se separa al cuerpo de lo que está tocando (imaginariamente). Se lo deja solo, libre. En lugar de lo que está tocando ponemos una fuerza. Esa fuerza es la fuerza que hace lo que lo está tocando.
Pongo acá algunos ejemplos de diagramas de cuerpo libre. Miralos con atención. Son muy importantes. Tenés que saberlos porque son la base para lo que viene después.

EJEMPLO : **CONSTRUIR LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE EN LOS SIGUIENTES CASOS**:

1) Cuerpo apoyado sobre el piso:



El ladrillo está en equilibrio. No se cae para abajo ni se levanta para arriba. La fuerza peso que tira el ladrillo para abajo, tiene que estar compensada (equilibrada) por la fuerza hacia arriba que ejerce el piso. Es decir:

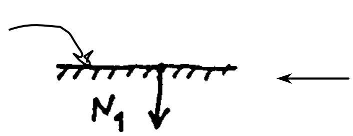


Fuerza que el piso ejerce sobre el cuerpo. (se llama normal)

Fuerza que ejerce La Tierra sobre el cuerpo. (se llama peso).

Las fuerzas **N** y **P** son iguales y contrarias, de manera que el cuerpo está en equilibrio. Ahora ojo, son iguales y contrarias **pero no son par acción - reacción.**
¿ Por qué ?
Rta : porque están aplicadas a un mismo cuerpo. Para que 2 fuerzas sean acción - reacción tienen que estar aplicadas a cuerpos **distintos**. Por ejemplo, en el caso del ladrillo apoyado en el suelo, la reacción a la fuerza N está aplicada sobre el piso:

PISO



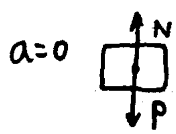
N_1 es la reacción de la fuerza N.

Ahora ¿ Dónde está aplicada la reacción a la fuerza peso ?

Rta: Está aplicada en el centro de La Tierra.

← P_1 es la reacción de la fuerza P.

Por ejemplo, si en este caso el peso del ladrillo fuera de 1 Kgf, todas las fuerzas (P, N, P_1, N_1), valdrían 1 Kgf. La cosa está en darse cuenta cuáles de ellas son par acción - reacción. Acá P y P_1 son un par acción-reacción, y N y N_1 es otro. ¿ Lo ves ? (No digas " sí " porque esto no es tan fácil de ver de entrada).
La ecuación de Newton planteada para este diagrama de cuerpo libre queda así:



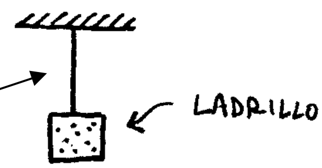
$$a = 0$$
$$N - P = 0$$
$$(\Rightarrow N = P)$$

La normal es = al peso para un cuerpo que está apoyado en el piso.

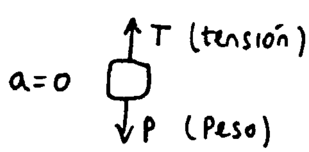
---

2) Cuerpo que cuelga de una soga.

CUERDA



En este caso el análisis es parecido al anterior. El cuerpo está en equilibrio porque no se cae para abajo ni sube para arriba. Esto quiere decir que la fuerza que hace la cuerda al tirar para arriba tiene que ser igual al peso del cuerpo tirando para abajo. Hagamos el diagrama de cuerpo libre:



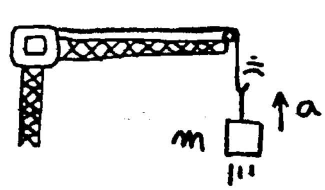
← Diagrama de cuerpo libre.

$$T - P = 0 \quad \leftarrow \text{Ec. de Newton}$$
$$(\Rightarrow T = P) \quad a = 0$$

---

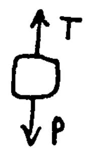
3) Cuerpo que es elevado hacia arriba con aceleración a.

GRUA →



← OJO CON ESTE CASO.

En esta situación el cuerpo no está en equilibrio. La grúa lo está acelerando hacia arriba. Lo levanta con aceleración **a**. (Atento). El diagrama de cuerpo libre y la ecuación correspondiente quedan así:

a ↑ 

$$T_c - P = m \cdot a$$

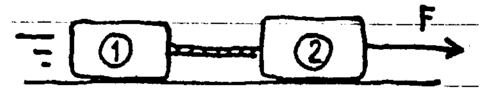
Fijate que puse: " Tensión de la cuerda – Peso = m · a " y no: " $P - T_c = m \cdot a$ ".
¿ Por qué ?
Bueno, porque según la convención que tomo yo, en la ecuación de Newton, a las fuerzas que van en sentido de la aceleración se le restan las fuerzas que van en sentido contrario. (Y no al revés).

También fijate que la tensión de la cuerda tiene que ser <u>mayor que el peso</u> . Esto pasa porque el cuerpo va para arriba. Si fuera al revés ($P > T_c$) el cuerpo **bajaría** en vez de subir.

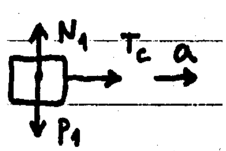
---

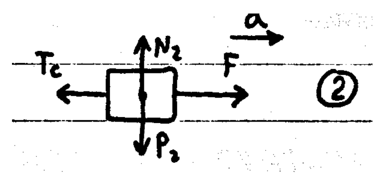
4) Dos cuerpos unidos por una soga que son arrastrados por una fuerza F.

a →



En este ejemplo hay 2 cuerpos, de manera que habrá <u>2</u> diagramas de cuerpo libre y <u>2</u> ecuaciones de Newton. Cada cuerpo tendrá su ecuación. Hago los diagramas y planteo las ecuaciones.

1 



$T_c = m_1 \cdot a$, $F - T_c = m_2 \cdot a$

Ahora quiero que veas unas cosas interesantes sobre este ejemplo. Fijate :

* En la dirección vertical no hay movimiento de manera que los pesos se equilibran con las normales, es decir:

$$P_1 = N_1 \quad \text{y} \quad P_2 = N_2$$

* En el diagrama del cuerpo **2**, la fuerza **F** debe ser **<u>mayor</u>** que la tensión de la cuerda para que el tipo vaya para allá $\longrightarrow$. Si fuera al revés, ($F < Tc$) el cuerpo 2 iría para el otro lado.

* La fuerza F " <u>no se transmite " al cuerpo **1**.</u> F está aplicada sobre el cuerpo **2**. Lo que tira del cuerpo **1** es la tensión de la cuerda. (únicamente).

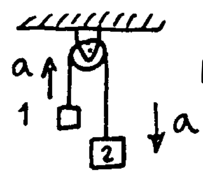
* La tensión de la cuerda <u>es la misma para los dos cuerpos</u>. No hay T_1 y T_2 . Hay sólo una tensión de la cuerda y la llamé T_c .

* Los dos cuerpos se mueven con <u>la misma aceleración</u> porque están atados por la soga y van todo el tiempo juntos.

* En **2** hice $F - T_c = m \cdot a$, y **<u>NO</u>** $T_c - F = m \cdot a$. Esto es porque la fuerza que va en sentido de la aceleración es F.

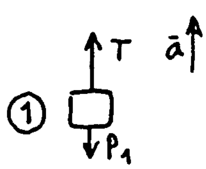
---

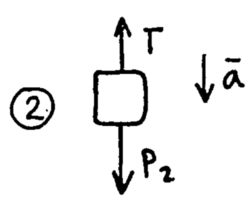
5) Dos cuerpos que pasan por una polea.
(Atención). A este aparato se lo suele llamar Máquina de Atwood.



$P_2 > P_1$

En este caso todo el sistema acelera como está marcado porque 2 es más pesado que 1. Los diagramas de cuerpo libre son así : (Mirar con atención por favor)

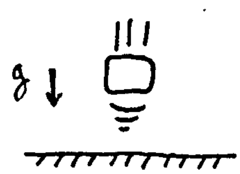




$T_c - P_1 = m_1 \cdot a$ $\qquad$ $P_2 - T_c = m_2 \cdot a$

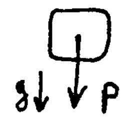
---

6) Un cuerpo que está cayendo por acción de su propio peso.



Este ladrillo que cae no está en equilibrio. Se está moviendo hacia abajo con la aceleración de la gravedad. La fuerza peso es la que lo está haciendo caer. El diagrama de cuerpo libre es así:

Esta **g** la pongo para indicar que el cuerpo NO está quieto sino que cae con aceleración g.

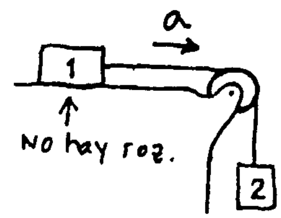


⇦ Diagrama de cuerpo libre para un ladrillo que está cayendo.

$P = m.g$ ← Ecuación de N.

---

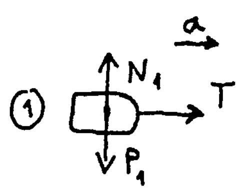
7)- Sistema de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 que están unidos por una Polea. Uno está en un plano horizontal y el otro cuelga de una soga. No hay rozamiento.

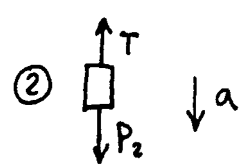


El peso 2 quiere caer y arrastra al cuerpo 1 hacia la derecha. El sistema **no** está en equilibrio. Tiene que haber aceleración. Todo el sistema se mueve con una aceleración **a**. Atención, esa aceleración debe dar siempre menor que la de la gravedad. (¿ Por qué ?)

Para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema hago el famoso diagrama de cuerpo libre. Es este caso serían 2 diagramas, uno para cada cuerpo.

DIAGRAMAS





Ecuaciones:

$T = m_1 . a$ $\qquad$ $P_2 - T = m_2 . a$

Fijate que:

La tensión de la cuerda (T) es la misma para el cuerpo 1 y para el cuerpo 2. Esto siempre es así en este tipo de problemas con sogas. No hay 2 tensiones. Hay una sola. (Tamos ?)

El sistema, así como está, siempre va a moverse para la derecha. Sería imposible que fuera para la izquierda. (El peso 2 siempre tira para abajo). La fuerza P_2 es mayor que la tensión de la cuerda. Por ese motivo el cuerpo 2 baja. Si fuera al revés, el cuerpo 2 subiría.

La fuerza N_1 es igual a P_1. La normal es igual al peso si el plano es horizontal. (Si el plano está inclinado **no**).

Pregunta tramposa:

Para que el sistema se mueva... ¿ obligatoriamente la masa del cuerpo 2 tendrá que ser mayor que la masa del cuerpo 1 ?
¿ Qué pasaría si m_1 fuera mayor que m_2 ?
¿ Habría movimiento ?
(Cuidado con lo que vas a contestar)

Comentario:

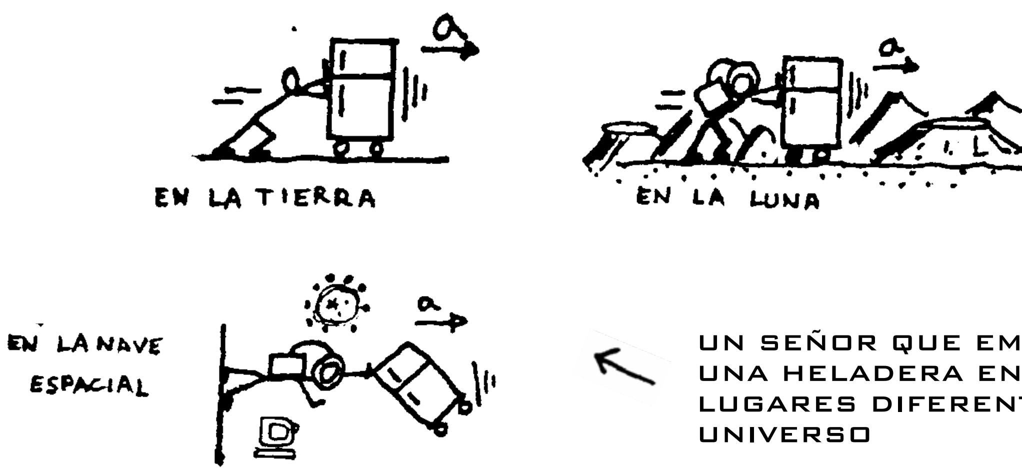
Las leyes de Newton no son tan fáciles de entender como parece. Es más, en algunos casos, da la impresión de que la ley de Newton dice que tendría que pasar algo que es al revés de lo que uno cree que tendría que pasar.
Ete que, ¿ me plico ? A ver:

Pongo acá dos problemas conceptuales que me gustaría que mires. Los 2 apuntan a tratar de entender la diferencia entre masa y peso. Fijate :

> Una persona desea empujar una heladera que pesa 60 Kgf.
> ¿ Dónde le resultaría más fácil hacerlo ?
>
> a) - En la Tierra, donde la heladera pesa 60 Kgf.
> b) - En la Luna, donde la heladera pesa 10 Kgf.
> c) - En una nave espacial donde no pesa nada.

Para entender el asunto conviene considerar que no hay rozamiento entre la heladera y el piso en ninguno de los casos.

Hagamos un esquema de las 3 situaciones. Veamos primero lo que nos dice la intuición al respecto:



UN SEÑOR QUE EMPUJA UNA HELADERA EN TRES LUGARES DIFERENTES DEL UNIVERSO

Intuición: bueno, este problema es muy fácil. Más difícil es mover una cosa cuanto más pesa. Por lo tanto en la Tierra me cuesta un poco, en la Luna me cuesta menos, y en el espacio no me cuesta nada. Incluso en el espacio cualquier cosa que uno toque ya sale volando.

Analicemos un poco lo que nos dice la intuición. ¿ Será así ?
Rta: No. La intuición se equivoca. Más difícil es mover un cuerpo (acelerarlo) cuanto más **masa** tiene, y **no** cuanto más pesa.
Lo que pasa es que en la Tierra, cuanto más masa tiene un cuerpo, más pesa. De ahí que uno relaciona el esfuerzo que uno tiene que hacer para mover el cuerpo, con el peso que tiene. Esto es verdad EN LA TIERRA. No es verdad en un lugar donde las cosas no tengan peso.

Repito. Para el caso particular de la Tierra **sí** es cierto que hay que hacer más fuerza para mover un objeto pesado que uno liviano. Ahí la intuición no se equivoca. Pero eso no es así en el espacio donde no hay gravedad.

Por lo tanto, la respuesta a este problema es: Si no hay rozamiento, en los tres casos va a costar lo mismo empujar la heladera (acelerarla, quiero decir).

Vamos a otro ejemplo:

Una persona desea patear una pelota de plomo que pesa 60 Kgf.
¿ En donde le va a doler más el pie ? :

a) - En la Tierra. (Peso de la pelota = 60 Kgf)
b) - En la Luna. (Peso de la pelota = 10 Kgf)
b) - En una nave espacial donde la pelota no pesa nada.

Si lo pensás un poco te vas a dar cuenta de que estamos en el mismo caso anterior. Patear una pelota significa acelerarla hasta que adquiera una determinada velocidad. En los tres casos el pie le va a doler lo mismo. Lo que importa es la **masa** del objeto, no su peso.

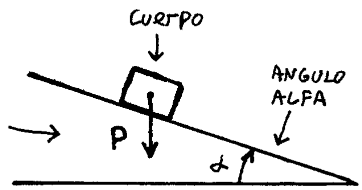
Las cosas solo tienen peso en la Tierra o en los planetas. Pero la masa es la cantidad de materia que tiene el cuerpo y, lo pongas donde lo pongas, el objeto siempre tiene la misma masa. Siempre tiene la misma cantidad de partículas.
El dolor que la persona siente depende de la **masa** de lo que quiera patear, y la masa de una cosa no depende de en qué lugar del universo esa cosa esté.

Fin leyes de Newton.
Próximo tema: Plano inclinado.

PLANO INCLINADO

DESCOMPOSICIÓN DE LA FUERZA PESO

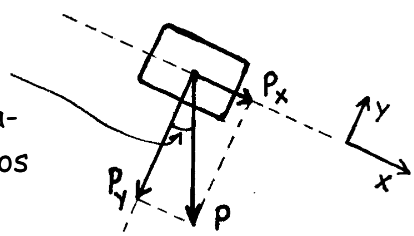
Suponé que tengo un cuerpo que está apoyado en un plano que está inclinado un ángulo α. La fuerza peso apunta para abajo de esta manera:



UN CUERPO APOYADO EN UN PLANO INCLINADO.

Lo que quiero hacer es descomponer la fuerza peso en 2 direcciones: una paralela al plano inclinado y otra perpendicular. Lo voy a hacer con trigonometría. Fijate:

Este ángulo es igual al ángulo del plano inclinado por alternos internos entre no se qué.



Descomposición de la fuerza peso en las direcciones X e Y

En el dibujo descompuse al peso en las fuerzas " pe equis y P_y " Ahora bien...

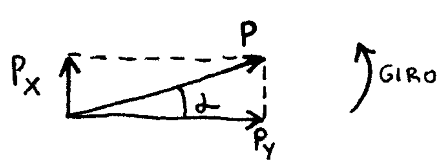
¿ Qué son P_x y P_y ?.

P_x es la componente del peso en la dirección del plano inclinado.

P_y es la componente del peso en la dirección $\perp$ al plano inclinado.

Ahora bien, ¿ Cuánto valen P_x y P_y ?. Es decir, ¿ Cómo las calculo ?

Bueno, si inclino el triángulo para que el asunto se entienda mejor, me queda un lindo dibujito en donde puedo calcular por trigonometría los valores de Pe_x y Pe_y .



RECORDAR

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow \boxed{P_x = P.\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow \boxed{P_y = P.\cos\alpha}$$

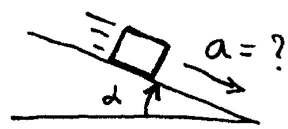
COMPONENTES DE LA FUERZA PESO

Este asunto de que las componentes del peso valen $P_x = P \cdot \text{sen}\,\alpha$ y $P_y = P \cdot \cos\alpha$, o lo razonás, o te lo acordás de memoria, pero tenés que saberlo porque se usa todo el tiempo en los problemas de plano inclinado. Vamos a un ejemplo a ver si me seguiste.

PROBLEMA

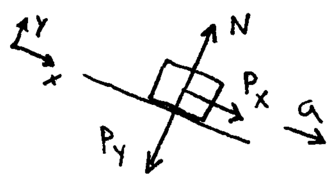
CALCULAR CON QUÉ ACELERACIÓN CAE UN CUERPO POR UN PLANO INCLINADO DE ÁNGULO ALFA. (NO HAY ROZAMIENTO).

Lo que el problema plantea es esto:



⇦ CUERPO CAYENDO POR EL PLANÍFERO INCLINADO.

Voy a descomponer la fuerza peso en las direcciones equis e **y** :



⇦ DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE.

Fijate que la fuerza que lo tira al tipo para abajo es P_x . Ni P_y, ni N tienen influencia sobre lo que pasa en el eje **x** porque apuntan en la dirección del eje **y**. Por eso es que se descompone a P en una dirección paralela y en otra perpendicular al plano inclinado.

Planteo la ley de Newton para el eje **x.** La sumatoria de las fuerzas en el eje equis va a ser la masa por la aceleración en el eje equis. Eso se pone :

$$\sum F_{\text{en el eje } x} = m \cdot a_{\text{en el eje } x}$$

$$\Rightarrow P_x = m \cdot a_x$$

$$\Rightarrow P \cdot \text{sen}\,\alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\, g\, \text{sen}\,\alpha = \cancel{m} \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g \times \text{sen}\,\alpha}$$

⇦ ACELERACION **DE CAIDA**

Por favor recordá la ecuación $\mathbf{a = g \times sen\ \alpha}$ porque la vas a necesitar muchas veces más adelante. Repito: Lo que calculamos es que :

LA ACELERACION QUE TIENE UN CUERPO QUE CAE POR UN PLANO INCLINADO QUE FORMA UN ANGULO ALFA VALE : $\mathbf{a = g\,.sen\ \alpha}$.
(Esto sólo vale cuando **NO** hay rozamiento)

← VER

Ahora fijate bien. Vamos a hacer un análisis de re-chupete (= chiche - bombón) de la expresión $a = g\ .sen\ \alpha$. A ver si me seguís.

No sé si te diste cuenta de que para llegar a la expresión $a = g\,.\,sen\ \alpha$ tuve que simplificar la masa. Eso quiere decir que la aceleración con la que el tipo cae por el plano inclinado...

¡ no depende de la masa !

¿ Cómo que no depende de la masa ?... ¿ y de qué depende ?

Rta: Depende sólo del ángulo alfa y de la aceleración de la gravedad ge .

Es decir que si yo tengo una bajada que tiene un ángulo de 20 grados, todas las cosas que caigan por ahí, lo harán con la misma aceleración.

Aclaro esto porque cuando hay una calle en bajada, la gente suele pensar que al sacar el pie del freno, un auto empieza a caer más rápido que un camión.

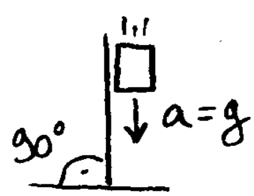
Sin hilar fino, por la bajada de una plaza, una pelota, una bicicleta y una patineta caen con la misma aceleración. Si se las deja caer en el mismo momento, ninguno le ganará al otro. Todos van a bajar con aceleración $a = g\,.\,sen\ \alpha$.

Pregunta: ¿ Y si en la bicicleta va un tipo de 300 kilos ?... ¿ no va a ir cayendo más despacio ?
Rta: No.
¿ Cae más rápido ?.
- No.
Eeeehhhh, ... ¿ cae igual ?
- Exactamente.

Ahora, analicemos esto otro caso : ¿ qué pasaría si alfa fuera cero ?
Bueno, según la fórmula $a = g \cdot \text{sen}\ \alpha$, la aceleración daría cero. (sen $0° = 0$).
¿ Está bien eso ?.
Rta: Sí, está bien, porque si el ángulo fuera cero, el plano sería horizontal:

⟵ Caso $\alpha = 0$
($\Rightarrow$ $a = 0$).

¿ Y qué pasaría si el ángulo fuera 90° ?
Bueno, sen 90° = 1, de manera que $g \cdot \text{sen}\ 90°$ me da g. Es decir, si el ángulo fuera de 90° , el tipo caería con la aceleración de la gravedad.
Esto también está bien porque estaría en este caso:



⟵ Situación para
$\alpha = 90°$ ($a = g$)

Este análisis de lo que pasa cuando α es igual a cero o á 90° es importante porque lo ayuda a uno a darse cuenta si se equivocó o no. Por ejemplo, si me hubiera dado $a = 10\ m/s^2$ para $\alpha = 0$, eso me estaría indicando que hice algo mal.

MÉTODO PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS DE DINÁMICA

Los problemas se dinámica no son todos iguales. Pero en gran cantidad de ellos te van a pedir que calcules la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. Para ese tipo de problema hay una serie de pasos que conviene seguir.

Estos pasos son:

1 - Hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema. Si hay un solo cuerpo, habrá un solo diagrama. Si hay 2 cuerpos habrá 2 diagramas, etc.

2 - De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, planteo la 2ª ley de Newton:

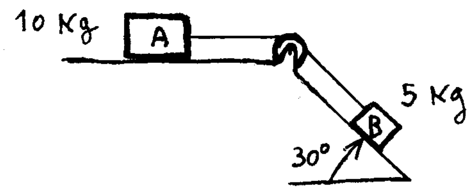
$$\Sigma F = m \cdot a$$

3 - Para cada diagrama de cuerpo libre voy a tener una ecuación. De la ecuación (o sistema de ecuaciones) que me queda despejo lo que me piden.

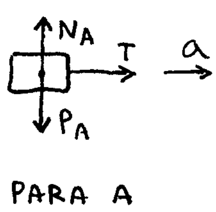
Este método para resolver problemas de dinámica sirve para cualquier tipo de problema, sea con rozamiento, sin rozamiento, plano horizontal, plano inclinado o lo que sea.
Ahora fijate cómo se usa el método en un problema.

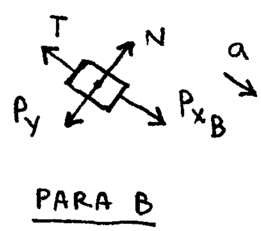
Ejemplo :

Para el sistema de la figura calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda. (No hay rozamiento).



1 - Para resolver el problema hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen:





Fijate cómo puse el sentido de la aceleración. **a** no puede ir al revés, porque el cuerpo A no puede tirar para arriba y hacer que suba el B.

2 - Para cada diagrama planteo la ecuación de Newton:

Para A: $T = m_A \times a$

Para B: $Px_B - T = m_B \times a$

3 - De las ecuaciones que me quedan voy a despejar lo que me piden.

El planteo del problema ya terminó. Lo que sigue es la parte matemática que es resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Para resolver este sistema de 2 x 2 podés usar el método que quieras. (Sustitución, igualación, etc).

Sin embargo yo te recomiendo que para los problemas de dinámica uses siempre el método de suma y resta. El método consiste en sumar las ecuaciones miembro a miembro. Como la tensión siempre está con signo (**+**) en una de las ecuaciones y con signo (–) en la otra, se va a simplificar.
Apliquemos entonces suma y resta. Lo que tenía era esto:

$$\begin{cases} T = m_A \times a \\ Px_B - T = m_B \times a \end{cases}$$

Sumo miembro a miembro las ecuaciones y me queda:

$$\cancel{T} + Px_B - \cancel{T} = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow \quad Px_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; m_B g \cdot sen \; 30 = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; 5\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 0.5 = (10\,Kg + 5\,Kg)\; a$$

$$\Rightarrow 25\,Kg\,\frac{m}{s^2} = 15\,Kg \cdot a$$

$$\Rightarrow \; \boxed{a = 1{,}66\,\frac{m}{s^2}} \longleftarrow$$

Aceleración con que se mueve el sistema.

¿ Cómo calculo la tensión en la cuerda ?
Bueno, lo que tengo que hacer es reemplazar la aceleración que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que tenía al principio. Por ejemplo :

$$T = m_A \times a$$

$$\Rightarrow \; T = 10\ Kg \times 1{,}\widehat{6}\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \; \boxed{T = 16{,}\widehat{6}\ N.} \quad \leftarrow$$

Tensión en la cuerda.

Puedo verificar este resultado reemplazando <u>**a**</u> en la otra ecuación y viendo si me da lo mismo. Probemos a ver si da:

$$P_Bx - T = m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P_{Bx} - m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P \,.\, \text{sen } 30^\circ - m_B \,.\, a$$

$$T = 5\text{ Kg} \,.\, 10 \,\frac{m}{s^2} \,.\, 0{,}5 - 5\text{ Kg}.\ 1{,}66 \,\frac{m}{s^2}$$

$\rightarrow$ <u>T = 16,6 N</u> (Dió lo mismo, iupi)

Y ahora vamos al punto importante. Y esto sí quiero que lo veas bien. Fijate.
Para resolver el problema yo plantee una serie de ecuaciones. (2 en este caso).
Ahora bien, estas ecuaciones fueron planteadas **<u>de acuerdo al diagrama de cuerpo libre</u>**. Ese es el truco.
¿A qué voy ?
Voy a que si los diagramas de cuerpo libre están **mal**, las ecuaciones también van a estar **mal**. $\Rightarrow$ **Mal el planteo del problema** $\Rightarrow$ **NOTA**: 2 (dos)

¿ Una fuerza de más en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza de menos en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza mal puesta en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza puesta al revés de como va ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.

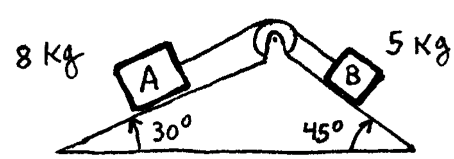
Entonces, mi sugerencia para que tengas <u>MUY</u> en cuenta es :

Siempre revisar los diagramas de cuerpo libre antes de empezar a resolver el sistema de ecuaciones. $\Longleftarrow$ **<u>VER</u>**

<u>Otro ejemplo de plano inclinado</u>:

(**ATENCION** : Problema en dónde no se sabe para dónde va la aceleración).

Calcular la aceleración de los cuerpos y la tensión en la soga para el sistema de la figura. (No hay rozamiento).



Acá tengo un problema. No sé si el sistema va para la derecha o para la izquierda. **A** es más pesado que **B**, pero el ángulo del plano inclinado es más chico, así que a ojo no se puede saber.
¿ Y ahora ?

Bueno, Si no sé para dónde apunta la aceleración... ¿ Cómo sé qué fuerzas son positivas y qué fuerzas son negativas ? (Atenti !)

A esto quería llegar. Fijate. Acá hay que usar un truco. Lo que se hace en estos casos es lo siguiente: <u>Se supone un sentido para la aceleración y se ve qué pasa</u>. (Importante). Al final, el problema dirá si la aceleración va en ese sentido o al revés.
¿ Cómo me doy cuenta de esto ?
<u>Rta</u>: Por el signo. Si dá con signo menos es que va al revés. Ahora vas a ver.

En este caso voy a suponer que el sistema va para allá $\rightarrow$, es decir, que el cuerpo **A** sube y el **B** baja. Los diagramas de cuerpo libre quedan así:

$\longleftarrow$ Diagramas de cuerpo libre.

Las ecuaciones van a ser éstas:

Para A: $T - Px_A = m_A \times a$
Para B: $Px_B - T = m_B \times a$

Estas 2 ecuaciones forman un sistema de 2 por 2.

$$\begin{cases} T - P_A . \operatorname{sen} 30° = m_A . a \\ P_B . \operatorname{sen} 45° - T = m_B . a \end{cases}$$

¿ Cómo resuelvo este choclazo ? <u>RESPUESTA</u>: sumando las ecuaciones.

$$\cancel{T} - P_A . \operatorname{sen} 30° + P_B . \operatorname{sen} 45 - \cancel{T} = m_A . a + m_B . a$$

Las tensiones se simplifican porque una es positiva y la otra es negativa.
Entonces :

$$- P_A . \operatorname{sen} 30° + P_B . \operatorname{sen} 45 = (m_A + m_B) . a$$

Despejo a :

$$\Rightarrow \qquad \mathbf{a} = \frac{-P_A \cdot 0{,}5 + P_B \cdot 0{,}707}{m_A + m_B}$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{-\,8Kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 0{,}5 + 5Kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 0{,}707}{8Kg + 5Kg}$$

VER

$$\boxed{a = -\,0{,}357\ \frac{m}{s^2}} \quad \Leftarrow$$

ACELERACION DEL SISTEMA

Ahora fijate esto: ¿ Qué pasa acá ? La aceleración me dio negativa ! ?
¿ Qué significa eso ?
Y, nada, quiere decir que la aceleración va **al revés** de como yo la puse.
Yo dije que iba para allá $\rightarrow$, pues bien, me equivoqué y va para allá $\leftarrow$.
(es decir, **A** baja y **B** sube).
Atento!. Este análisis de lo que pasa con el signo de la aceleración es importante!. Pero no te asustes. Es lo que te dije antes. Si **a** te da negativa , significa que el sistema se mueve al revés de lo que uno supuso. Eso es todo .

Ahora calculo la tensión en la cuerda. Reemplazo la <u>a</u> que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que puse al principio:

$$T - P_A \,.\, \text{Sen}\, 30° = m_A \,.\, a$$

Ojo, reemplazo la aceleración <u>pero con el signo que obtuve antes</u>. (Es decir, negativo). Entonces reemplazo <u>a</u> por – 0,375 m/s^2 y me queda :

$$\Rightarrow T = 80N \cdot 0{,}5 + 8Kg \cdot \left(-0{,}357\ \frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 37{,}14\ N} \qquad \leftarrow \text{Tensión en la cuerda}$$

Verifico reemplazando la aceleración en la otra ecuación:

$$P_B.\ \text{sen}\ 45 - T = m_B \,.\, a$$

$$T = P_B \times 0{,}707 - m_B \times a$$

$$\rightarrow \quad T = 50\ N \times 0{,}707 - 5\ Kg \times (\,-\,0{,}357\ m/s^2\,)$$

$$\rightarrow T = 37{,}14\ N$$

Disculpame que insista sobre una cosa: Fijate en los ejemplos anteriores.

Toda el truco para resolver el problema consistió en hacer los diagramas de cuerpo libre. Una vez que los diagramas están hechos... ya está ! Ahora el planteo de las ecuaciones es fácil. Si un problema no te sale, revisá el diagrama de cuerpo libre. Antes de entregar la hoja volvé a mirar el diagrama de cuerpo libre.

Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre. Ellos lo saben y sobre eso van tomar los problemas.

Cualquier duda que tengas, fijate al principio donde empieza lo de Dinámica. Ahí puse los diagramas de cuerpo libre más simples de todos. Los diagramas para casos más complicados son mezcla de estos más simples.

Y si no, podés consultarlos a ellos. Pero no vayas con un papelito en blanco a decirle " éste no me salió ". Porque ante la frase: " no se cómo empezar " lo primero que te va a decir el tipo es: A ver, dibujame los diagramas de cuerpo libre. Y cuando vos le digas: " no, yo la verdad es que esto de los diagramas de cuerpo libre no lo entiendo muy bien... " ¡ ALPISTE, FUISTE !

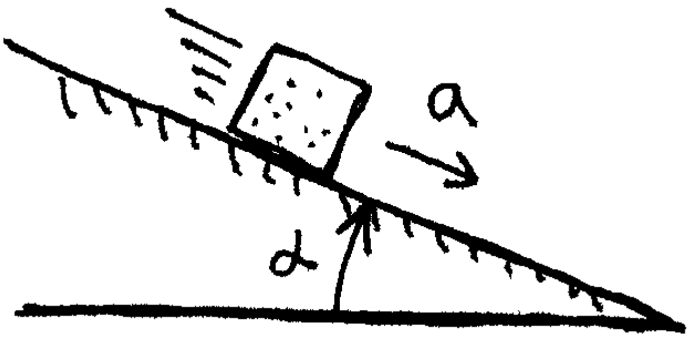
No existe " no entender diagramas de cuerpo libre ". Si no entendés diagramas de cuerpo libre, no entendés dinámica.

El diagrama de cuerpo libre es lo fundamental acá.
¿ Me seguiste ?.
Creo que fui claro, no ?

Fin de la Teoría de Plano Inclinado.
Próximo tema: **Rozamiento.**

CLASE DE ANIBAL PARA FOTOCOPIAR

ROZAMIENTO



$$\cancel{a = g \operatorname{sen} \alpha}$$

$$a < g \operatorname{sen} \alpha$$

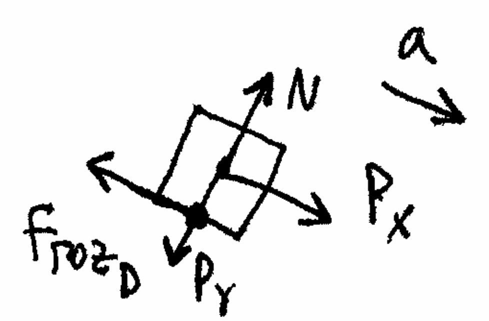


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$\boxed{F_{Roz_D} = \mu_D \cdot N}$$

ROZAMIENTO DINAMICO

ROZAMIENTO

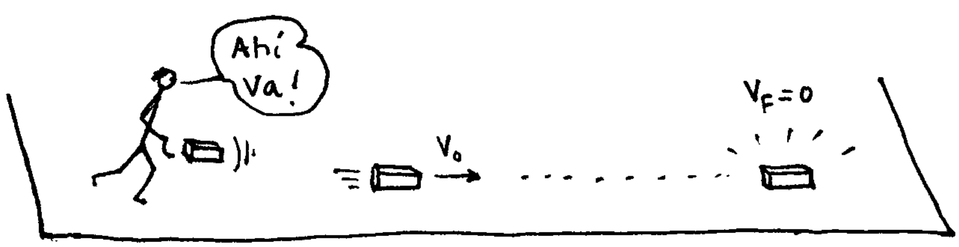
El rozamiento es una fuerza que ya conocés de la vida diaria. Es la fuerza que hace que se frenen las cosas que se vienen moviendo.
Las piezas de las máquinas se desgastan debido al rozamiento. Los autos pierden parte de su potencia para contrarrestar los efectos del rozamiento.
Aparentemente el rozamiento es una fuerza que no sirve para nada, salvo para molestar. Pero...
¿ Cómo harías para caminar si no hubiera rozamiento ?
(Patinarías y te quedarías todo el tiempo en el mismo lugar!)
¿ Cómo harían los autos para frenar ?
(No tendrían forma de parar y seguirían de largo)

Como ves, todo tiene su pro y su contra en esta vida... (?) .

En la realidad real, todas las cosas que se mueven tienen rozamiento y es imposible eliminarlo del todo. (Imposible) .

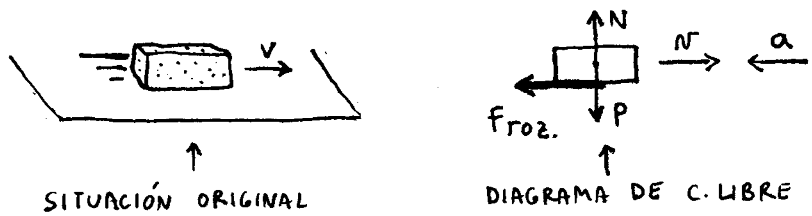
Vamos ahora a lo siguiente:

¿ <u>HACIA DONDE APUNTA LA FUERZA DE ROZAMIENTO</u> ?
Suponete que tiro un ladrillo por el piso. El ladrillo va avanzando y se va frenando.



Al principio el objeto se mueve con una determinada velocidad, pero después de recorrer unos metros se frena y se queda quieto.
Pregunta: ¿ Por qué pasa esto ?.
<u>RTA.</u>: Por el rozamiento.
Entre el ladrillo y el piso hay rozamiento, y esta fuerza maldita es la que hace que el coso se frene.
Si no hubiera rozamiento el ladrillo se seguiría moviendo por los siglos de los siglos y no se pararía nunca. (Nunca) .

Fijate como es el diagrama de cuerpo libre: (mirar con atención por favor).



Fijate que el tipo se mueve para allá $\rightarrow$, pero la aceleración va para allá $\leftarrow$.
Es decir, el cuerpo se está frenando.
En el dibujo f_{ROZ} apunta al revés que la velocidad, eso significa que la fuerza de rozamiento **se opone** al movimiento.
Si un cuerpo viene moviéndose, la fuerza de rozamiento va a tratar de frenarlo.

Ahora, una aclaración importante: La gente suele decir: Bueno, es fácil. La fuerza de rozamiento SIEMPRE se opone al movimiento. F_{roz} SIEMPRE va al revés que la velocidad.
Pero... Hummmm, esto no es del todo correcto. Es decir, efectivamente, en la mayoría de los casos la fuerza de rozamiento apunta al revés de la velocidad. Generalmente F_{roz} intenta frenar al cuerpo... ¡ Pero no siempre !
(Esto no es fácil de ver). Digamos que hay algunos casos malditos donde el rozamiento va en el mismo sentido que la velocidad. Es más, en estos casos el rozamiento no solo no lo frena al cuerpo sino que lo ayuda a moverse.
Hay un par de problemas en la guía en dónde la fuerza de rozamiento apunta al revés del pepino. (Es decir, repito, a favor de la velocidad). Y si uno se equivoca al poner el sentido de F_{roz} en el diagrama de cuerpo libre... ¡ Alpiste, fuiste !

Por eso ellos dicen que:

La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento **RELATIVO** de las superficies que están en contacto

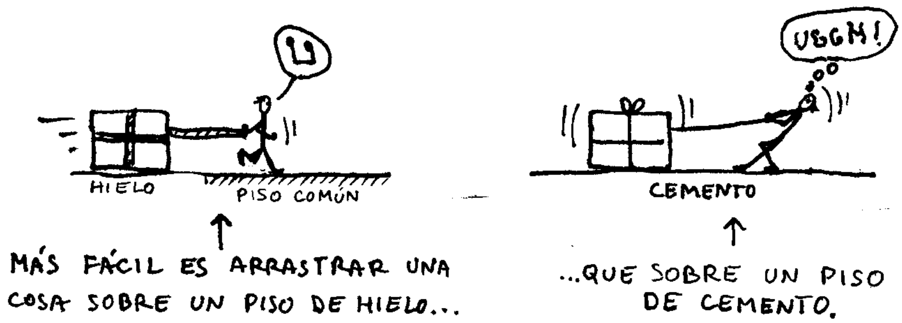
OJO

LEYES DEL ROZAMIENTO

Estas leyes son experimentales. Podés comprobarlas ahora mismo con una goma de borrar o con algún cuerpo que tenga forma tipo ladrillo. (3 caras planas con diferentes superficies).

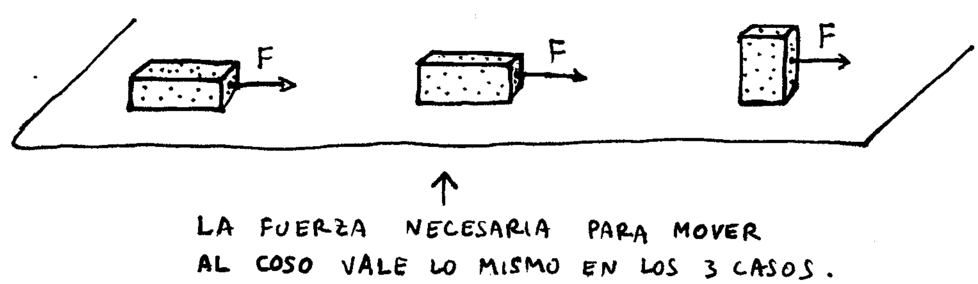
1 - La fuerza de rozamiento depende del material con el que estén hechas las superficies que están en contacto.

A una persona le resulta más fácil caminar sobre el piso de cemento que sobre un piso de hielo. Eso pasa porque el rozamiento goma-cemento es distinto que el rozamiento goma-hielo.

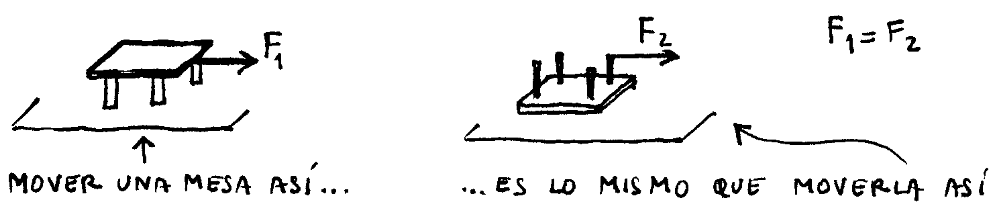


2 - El valor de la fuerza de rozamiento <u>NO</u> depende del tamaño de la superficie que está apoyada. (Superficie apoyada = Área de contacto)

Al arrastrar un ladrillo por el piso, la fuerza que tengo que hacer va a ser la misma, cualquiera sea la cara del ladrillo que esté apoyada.



De la misma manera:

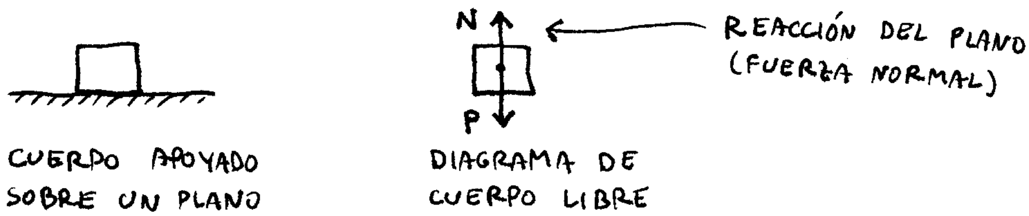


3 - La fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal que el plano ejerce sobre el cuerpo. Esto es lo que usamos para resolver los ejercicios.

Atención: Las 3 leyes del rozamiento son leyes aproximadas. Esto quiere decir que se hizo el experimento y el asunto dió mas o menos así. Por ejemplo, hay casos donde F_{ROZ} puede no ser directamente proporcional a la normal o puede llegar a depender del área de contacto.

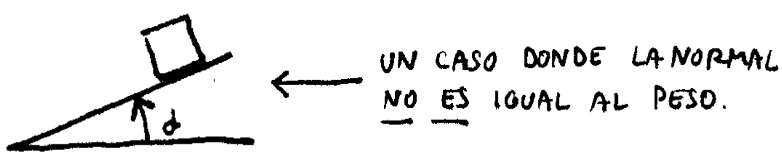
LA NORMAL NO SIEMPRE ES EL PESO ← VER

¿ Qué era la fuerza normal ? La normal era la reacción que el piso ejercía sobre el cuerpo. Esa reacción era siempre ⊥ al plano de apoyo, por eso se la llamaba normal. La palabra Normal en física significa " perpendicular ".

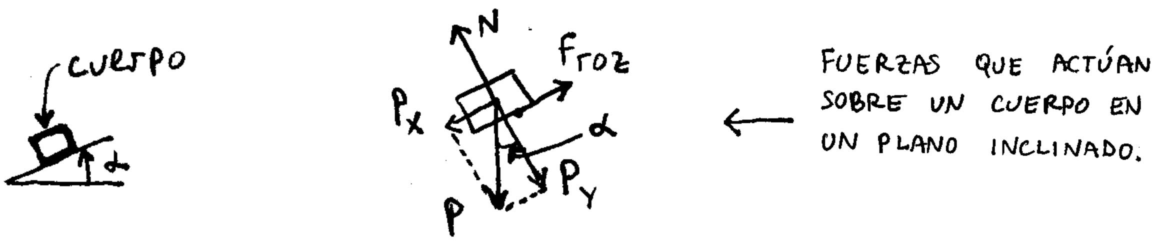


Hasta ahora la normal nunca se usaba en los problemas. Ahora en rozamiento va a haber que usarla todo el tiempo. (Atento !) .

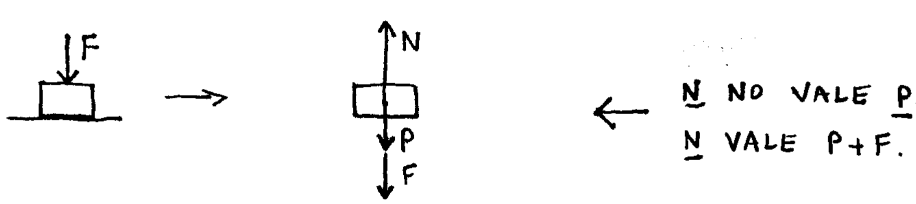
Ahora, hay una tendencia de la gente a creer que la normal es siempre igual al peso. No, No, No ! (☠) . La normal a veces es igual al peso y a veces no. Eso depende del caso. En el ejemplo de arriba, donde el cuerpo está simplemente apoyado en un plano horizontal, ahí sí la normal es igual al peso. Pero.... ¿ Qué pasa si yo ahora inclino el plano ?



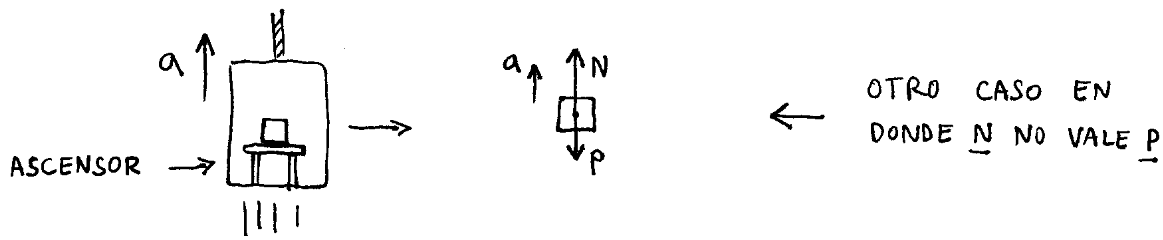
Ahora la normal ya no va a ser más igual al peso. ¿ De dónde sale eso ?
Rta: → Del diagrama de cuerpo libre.



Ahora N no vale más P. Ahora N vale P_y que es $P \times \cos \alpha$. Lo mismo pasa si tengo un cuerpo en un plano horizontal pero alguien lo aprieta contra el piso.



Y lo mismo pasaría si el tipo estuviera subiendo o bajando en un ascensor con aceleración constante. (Ojo que este caso también lo toman).



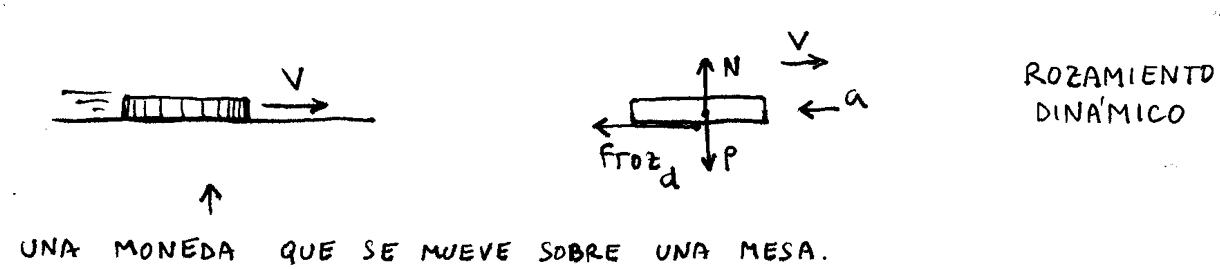
Entonces: ¿ La normal es siempre igual al peso ?
Rta : En el caso general **no**. Es decir, muchas veces, sí. Pero siempre-siempre, **NO**.

ROZAMIENTO ESTÁTICO Y ROZAMIENTO DINÁMICO

Hay 2 tipos de rozamiento que tenés que conocer. Estos 2 tipos de rozamiento son el rozamiento estático y el rozamiento dinámico.
A grandes rasgos digamos que tengo rozamiento estático cuando hay rozamiento pero el cuerpo se queda quieto.
Tipo una persona que intenta empujar un placard pero el placard no se mueve.
Tengo rozamiento dinámico cuando hay rozamiento y el cuerpo se mueve. Tipo un esquiador que va por la nieve y patina . Veamos qué pasa en cada caso.

ROZAMIENTO DINÁMICO

Supongamos la situación de un cuerpo que avanza rozando contra el piso. Por ejemplo, podría ser una moneda que alguien tiró sobre una mesa. Fijate :



Mientras la moneda va deslizando la fuerza de rozamiento la va frenando. Tengo rozamiento **dinámico**.
Me pregunto ahora lo siguiente: ¿ Cuánto vale la f_{ROZ} dinámico ?
Bueno, te comenté antes que el valor de la fuerza de rozamiento era proporcional a la normal y que dependía del material con que estuvieran hechas las superficies en contacto. Eso se pone matemáticamente así:

$$\boxed{F_{ROZ_D} = \mu_D \cdot N}$$

← FUERZA DE ROZAMIENTO DINAMICO

COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (MU DINAMICO)

FUERZA NORMAL

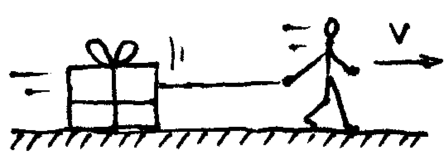
El **mu dinámico** es un número sin unidades. Dá una idea de qué tan grande es el rozamiento que hay entre las superficies que se están tocando. Por ejemplo, si el piso es de cemento tendré un determinado valor de mu. Ahora, si el piso es de hielo, la superficie será más patinosa y el μ será menor.
Digamos que el coeficiente de rozamiento dinámico vendría a ser un número que me estaría indicando el grado de "patinosidad" de las superficies.
(¿ Patinosidad ? ¡ Qué cosas dice la gente !)
Es decir: Superficies muy patinosas ➔ poco rozamiento ➔ μ chico.

Una aclaración: Generalmente tanto el mu estático como el mu dinámico son menores que 1. Pero atención esto no es una regla general. Suele pasar en la mayoría de los materiales, pero no siempre es así.

Ejemplo

Un señor arrastra por el piso una caja que pesa 20 Kgf tirando de una soga con velocidad cte. Calcular la fuerza de rozamiento entre el piso y la caja.
Dato: $\mu_{d\ \text{piso-caja}} = 0,3$.

Hagamos un dibujito



← CASO DINÁMICO

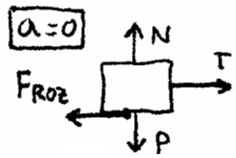
Calculo el valor de $F_{ROZ\ D}$ con la ecuación $F_{ROZ\ D} = \mu \times N$

$$F_{roz} = \mu_D \cdot N$$

$$F_{roz} = 0,3 \cdot 20\ Kgf$$

$$\Rightarrow \underline{F_{roz} = 6\ Kgf}$$

Acá el diagrama de cuerpo libre sería el siguiente:

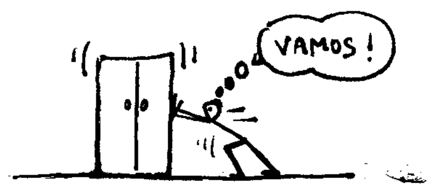


La ecuación de Newton correspondiente sería: $T - F_{ROZD} = \mathbf{0}$. Está igualada a **<u>cero</u>** porque no hay aceleración. (Atento).

Con respecto a este ejemplo fijate que la fuerza de rozamiento vale 6 kgf. Este valor de la F_{roz} es independiente de con qué velocidad camine el tipo. Podrá ir a 1 por hora o a 10 por hora. La fuerza de rozamiento dinámico **<u>no depende de la velocidad</u>**. (Esto es lo que quería que vieras)

<u>ROZAMIENTO ESTÁTICO</u> ← OJO

Tengo rozamiento estático cuando trato de empujar una cosa para moverla pero la cosa no se mueve. Sería este caso:



← ROZAMIENTO ESTÁTICO

Es decir, el tipo ejerce una fuerza sobre el placard pero el maldito no quiere moverse. Pensemos.
¿ Cuánto vale la fuerza de rozamiento en este caso ?
<u>Rta</u>: Bueno, los tipos demostraron que la fuerza de rozamiento **<u>máxima</u>** que ejerce el piso antes de que el tipo empiece a moverse vale mu estático por ene.

$$\boxed{F_{ROZ\ e\ MÁXIMA} = \mu_e \cdot N}$$

← FUERZA DE ROZAMIENTO ESTÁTICO MÁXIMA

MÁXIMA FUERZA DE ROZ. POSIBLE

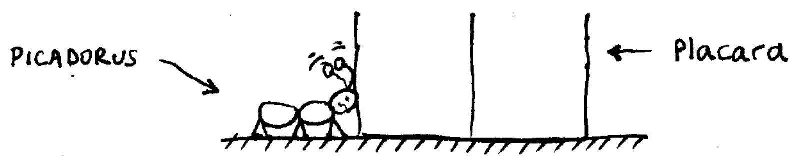
COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (MU ESTÁTICO)

FUERZA NORMAL

Quiero que veas bien cómo es esto de Fuerza de rozamiento estática máxima = a mu por ene. Supongamos que el placard pesa 30 kilos y el mu estático es 0,5. La fuerza de rozamiento **máxima** me da 15 Kgf ($= 0{,}5 \times 30$) .
¿ Eso quiere decir que el rozamiento esté haciendo una fuerza de 15 kilos ?

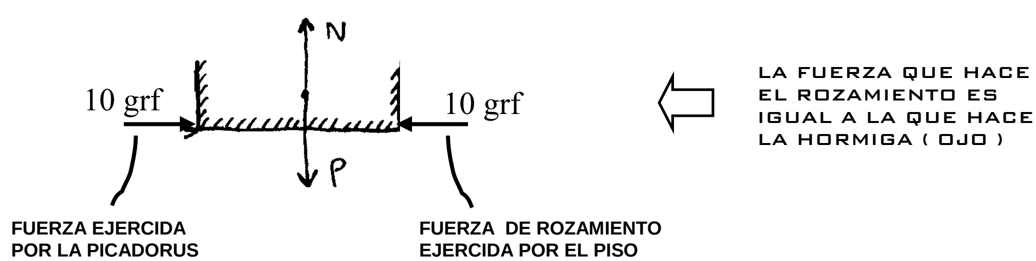
<u>**Rta:**</u> No, eso quiere decir que la fuerza <u>**máxima**</u> que el rozamiento puede hacer <u>antes de que el placard se empiece a mover</u> vale 15 kilos. (Cuidado con esto por favor).

A ver, supongamos que una hormiga picadorus trata de empujar el placard con una fuerza de 10 gramos-fuerza. (10 grf).



La hormiga no puede mover al coso porque sólo ejerce una fuerza de 10 gramos fuerza. Para poder moverlo tendría que ejercer una fuerza de 15 Kgf o más.
A ver si entendés lo que quiero decir. Te pregunto:
Cuando la hormiga empuja con una fuerza de 10 gramos fuerza , ...
¿ La fuerza de rozamiento vale 15 Kg fuerza ?
<u>**Rta**</u>: No, la fuerza de rozamiento va a valer 10 gramos fuerza.

Hagamos el diagrama de cuerpo libre para el placard. Quedaría así:



¿ Y si ahora la hormiga empuja con una fuerza de 100 gramos-fuerza ?
Rta: La fuerza de rozamiento valdría 100 gramos-fuerza.
¿ Y si la fuerza fuera de 1000 gramos-fuerza ?
Entonces f_{ROZ} valdría 1000 gramos-fuerza.
¿ Y si fuera de 10 Kilogramos fuerza ?
- f_{ROZ} valdría 10 kilogramos fuerza.
¿ Y si fuera de 15 Kg ?
- f_{ROZ} valdría justo 15 kilogramos fuerza.
¿ Y si fuera de 15,1 Kg ?.
- Ahhh ! Entonces ahí el cuerpo empezaría a moverse. En ese caso para calcular el valor de la fuerza de rozamiento tendría que usar el mu dinámico.

¿ Ves cómo es la cosa ? La fuerza de rozamiento estático no vale siempre mu estático por ene. Lo que vale μ_e por ene es la fuerza de rozamiento **máxima**, que puede existir **antes** de que el tipo empiece a moverse. (Ahora sí) .

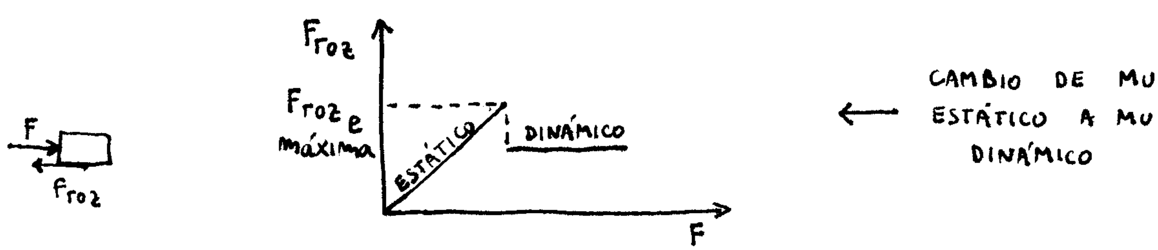
Vamos ahora a esto otro:
Pregunta:
¿ El mu estático es siempre mayor que el mu dinámico ?

Bueno, generalmente si. El asunto es este: Una vez que uno aplicó una fuerza mayor a 15 Kgf, el cuerpo se empieza a mover. Ahora, una vez que el tipo está en movimiento, ya no es necesario seguir aplicando una fuerza de 15 Kg para hacer que se siga moviendo. Va a alcanzar con aplicar una fuerza menor.
¿ Por qué pasa esto ?
Rta: Pasa porque generalmente el mu dinámico es menor que el mu estático. Atención. Esto de que $\mu_e > \mu_d$ vale para la mayoría de los materiales, pero tampoco es una ley general. Para algunos materiales no se cumple.
Por ejemplo si en el problema del placard el μ_e era de 0,5 ; ahora el μ_d podría ser de 0,4 o 0,3. (Por ejemplo).
La fuerza de rozamiento dinámico valdría:

$$f_{ROZ\,d} = \mu_d \times N = 0{,}4 \times 30 \text{ Kgf} = 12 \text{ Kgf}$$

Es decir, para hacer que el cuerpo **empiece** a moverse necesito una fuerza de 15 Kgf, pero para mantenerlo en movimiento alcanza con aplicar una fuerza de 12Kgf.

Este salto que pega la fuerza de rozamiento cuando pasa de estar quieta a moverse lo grafico así:



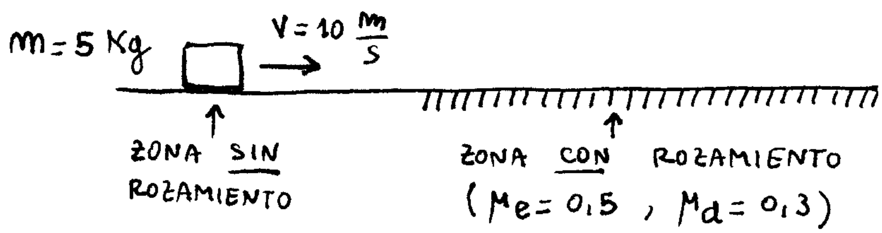
En esta representación F es la fuerza que yo aplico para tratar de mover el cuerpo. Este hecho de que el mu dinámico sea menor que el mu estático es lo que hace que generalmente sea más fácil mantener un cuerpo en movimiento que empezar a moverlo. O sea, cuesta empezar a empujar un auto que se quedó parado. Pero una vez que el auto está en movimiento, ya es más facil seguir moviéndolo.

Ejemplo

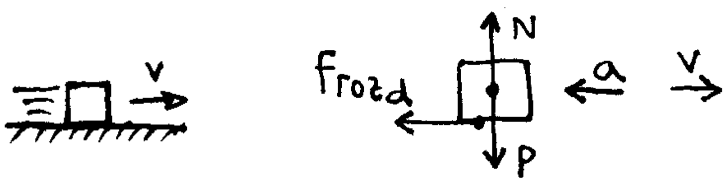
Un cuerpo de masa 5 kg se mueve con velocidad 10 m/s por una zona sin rozamiento como indica la figura. Luego entra en una zona con rozamiento.
Calcular:

a)- La aceleración que tiene mientras se va frenando en la zona con rozamiento.
b) - La fuerza de rozamiento estático una vez que se detuvo.
c)- La fuerza mínima que hay que ejercer para volver a ponerlo en movimiento.

Hagamos un dibujito:



a) - Cuando entra en la región con rozamiento, el diagrama de cuerpo libre va a ser éste:



La fuerza de rozamiento dinámico vale mu dinámico por eNe. La calculo:

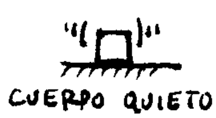
$$f_{ROZ\,d} = \mu_d \times \overbrace{mg}^{N} = 0{,}3 \times 5\,Kg \times 9{,}8\ \frac{m}{s^2} = 14{,}7\,N$$

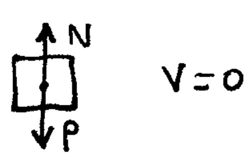
Ahora puedo calcular la aceleración con la que está frenando. Como F = m.a, la aceleración de frenado va a ser a = F / m.

$$a = \frac{F_{ROZ\,d}}{m} = \frac{14{,}7\ Kg\,m/s^2}{5\ Kg}$$

$$\underline{a = 2{,}94\ m/s^2} \qquad \leftarrow \text{ Aceleración de frenado}$$

b) - Ahora calculemos la Fuerza de rozamiento estático cuando el cuerpo está quieto. Una vez que el tipo se frenó, el diagrama de cuerpo libre es éste:

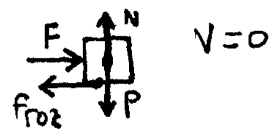




De lo que tenés que darte cuenta es que ahora el cuerpo esta quieto. No se mueve. Eso significa que... ¡ **no hay fuerza de rozamiento** !
Nadie trata de empujar al cuerpo para que se mueva, de manera que el rozamiento **no va a aparecer.** Entonces la respuesta a la pregunta b) es:

$$\underline{f_{ROZ} = 0} \quad \leftarrow f_{ROZ} \text{ cuando el tipo está quieto}$$

c) - Ahora, ¿ qué fuerza hay que hacer para ponerlo en movimiento ?
Bueno, si el tipo está quieto y alguien lo empuja para tratar de moverlo tengo este diagrama de cuerpo libre:



Para hacer que arranque voy a tener que hacer una fuerza un poquitito mayor a la fuerza de rozamiento estática máxima.

$$f_{ROZ\ e\ MAX} = \mu_e \times N = 0{,}5 \times \underbrace{5\ Kg \times 9{,}8\, m/s^2}_{N}$$

$$F_{ROZ\ e\ MAX} = 24{,}5\ N$$

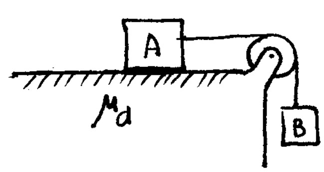
Es decir, la fuerza F a ejercer tendrá que ser algo mayor a 24,5 N. Entonces la fuerza mínima para ponerlo en movimiento en el caso límite va a ser:

$$\underline{F_{MIN} = 24{,}5 N} \quad \leftarrow \text{ Fuerza mínima para que se mueva.}$$

Nota: En este problema la velocidad inicial no se usa y es un dato de más.

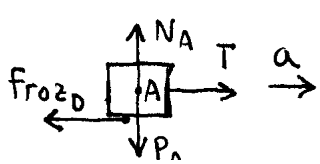
Otro ejemplo

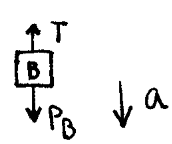
Calcular la aceleración del sistema de la figura y la tensión en la cuerda. Datos: En el dibujo.



$m_A = 10$ Kg
$m_B = 5$ Kg
$\mu_d = 0{,}2$

Hago un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos:





← DIAGRAMAS

En base a los diagramas escribo las ecuaciones de Newton

$$T - f_{roz_D} = m_A\, a \qquad\qquad P_B - T = m_B\, a \quad \leftarrow \text{ECUACIONES}$$

Ahora tengo que resolver el sistema de 2 x 2 que me quedó. Tengo lo siguiente:

$$T - f_{ROZ\,d} = m_A \times a \qquad ; \qquad P_B - T = m_B \times a$$

Ahora sumo estas 2 ecuaciones para que se vaya la tensión. Este es un truco que siempre conviene usar en los problemas de dinámica.

$$\Rightarrow \quad T - f_{roz\,d} + P_B - T = m_A .\, a + m_B .\, a$$

$$\Rightarrow \quad - f_{roz\,d} + P_B = (m_A + m_B) .\, a$$

$$\Rightarrow 5Kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} - 0{,}2 \cdot 10Kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} = (10Kg + 5Kg) \cdot a$$

$$49\text{ N} - 19{,}6\text{ N} = 15\text{ kg} .\, a$$

$$15\text{ kg} .\, a = 29{,}4\text{ kg.m/s}^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = 1{,}96\text{ m/s}^2}$$

¿ Cómo calculo ahora la tensión en la cuerda ?
Bueno, sólo tengo que reemplazar esta aceleración en cualquiera de las ecuaciones del principio y despejar T. Por ejemplo:

$$P_B - T = m_B \times a \qquad \Rightarrow \qquad T = P_B - m_B \times a$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \times g - m_B \times a$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \times (g - a)$$

$$\Rightarrow \quad T = 5\text{ Kg} \times \left(9{,}8\,\frac{m}{s^2} - 1{,}96\,\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{T = 39{,}2\text{ N}} \qquad \leftarrow \text{Tensión en la cuerda}$$

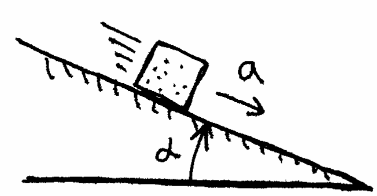
Para verificar este resultado podría reemplazar la aceleración en la otra ecuación y ver si da lo mismo. No lo hago porque ya lo hice recién en un papelito acá al lado mío y dió. ($\Rightarrow$ chau) .

OTRO EJEMPLO

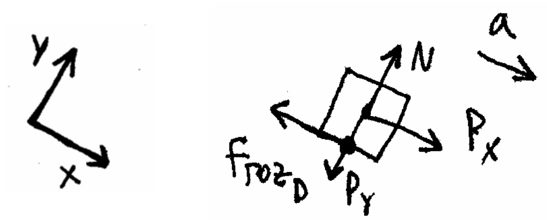
UN CUERPO CAE POR UN PLANO INCLINADO COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR SU ACELERACIÓN

DATOS: $\mu_{cuerpo-plano} = 0{,}4$. $\alpha = 30°$

b) - ¿ QUÉ PASARÍA SI EL ANGULO FUERA DE 20 º ?



Hago el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo en el plano inclinado:



⟵ DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Planteo la ecuación de Newton en cada eje. Para el eje vertical me queda $N = P_y$ ➔ $N = P \cdot \cos\alpha$. Para el eje equis me queda:

$$P_x - F_{roz_D} = m.a$$

P_X vale P. sen α y la fuerza de rozamiento vale mu$\times$N. A su vez N vale $P \cdot \cos\alpha$. Entonces :

$$\Rightarrow mg \operatorname{sen}\alpha - \mu \underbrace{mg\cos\alpha}_{N} = m.a$$

Saco la masa factor común y simplifico:

$$a = g \operatorname{sen}\alpha - \mu g \cos\alpha$$

$$\boxed{a = g(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}$$ ⇐ ACELERACION DE CAIDA EN EL PLANO INCLINADO

Haciendo la cuenta me da: $a = 10\ m/s^2$ (sen 30° - 0,4$\times$cos 30°)

➔ **$a = 1{,}53\ m/s^2$**

Fijate que en este problema la masa del cuerpo se simplificó. La aceleración de caída de un cuerpo por un plano inclinado no depende de la masa.

b) – Si al ángulo del plano inclinado fuera de 20º la cuenta quedaría:

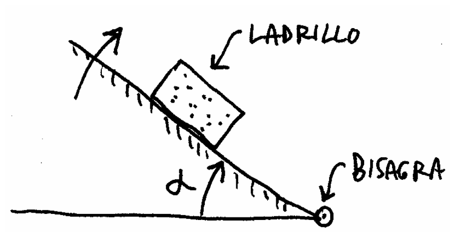
$a = 10\ m/s^2$ (sen 20° - 0,4$\times$cos 20°)

$$\Rightarrow a = -0{,}34\ m/s^2$$

¿ Qué pasó acá ? ¿ La aceleración me dio negativa ?! ¿ Cómo puede ser eso ?
Rta: Algo está mal. La aceleración no puede ser negativa. Eso me estaría diciendo que el cuerpo " sube " por el plano inclinado. ➔ el caso dado es imposible. El cuerpo no cae si el ángulo es de 20°. Se queda quieto. Eso pasa porque $F_{roz\,D}$ sería más grande que P_X.

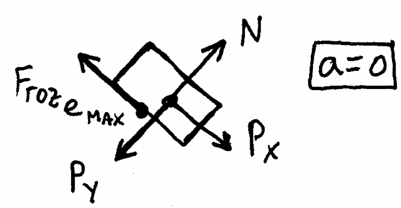
¿ <u>COMO SE MIDE EL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO</u> ?

Vamos ahora a deducir un resultado especial para amantes de la física. Fijate lo siguiente: Pongo un cuerpo en un plano inclinado que tiene una bisagra que permite cambiar el ángulo alfa :



⇦ PLANO INCLINADO DE ANGULO VARIABLE

Cuando el plano es horizontal, el cuerpo no se mueve. Voy subiendo el plano inclinado muy despacio. Veo que para cierto ángulo alfa el cuerpo está apunto de moverse. Hago el diagrama de cuerpo libre para ese ángulo límite:



← DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

El cuerpo todavía no se mueve. La velocidad es CERO y la aceleración también. Entonces puedo plantear que en el eje equis P_X tiene que se = a la $F_{ROZ\,e\,MAX}$.
Sé que la fuerza de rozamiento es la máxima posible porque si subo un poco más el plano inclinado, el cuerpo ya empezaría a moverse. Estoy planteando todo para el ángulo límite. Me queda:

$$P_X = F_{ROZ\,e\,MAX}$$

$$\Rightarrow P \times \operatorname{sen}\alpha = \mu_e \times N$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\,\cancel{g}\operatorname{sen}\alpha = \mu_e \times \cancel{m}\,\cancel{g}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mu_e = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_e = \operatorname{tg}\alpha} \leftarrow$$ VALOR DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTÁTICO

Este resultado es muy lindo y es muy importante. La fórmula $\mu_e = \operatorname{tg}\alpha$ se lee así: Si uno quiere saber el coeficiente de rozamiento estático de un cuerpo, tiene que poner el cuerpo en un plano e ir inclinándolo de a poco. Se mide el ángulo de plano inclinado en el momento exacto en que el cuerpo empieza a moverse. Después se hace la cuenta mu estático = tg de alfa y se saca el mu.

Por ejemplo, supongamos que pongo un ladrillo sobre un tabón. Voy inclinando la tabla hasta que el ladrillo empieza a moverse. Mido el ángulo y me da 30°. Quiere decir que el coeficiente de rozamiento estático cuerpo – tablón vale:

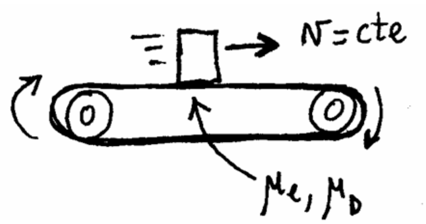
$$\mu_e = \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \mu_e = \operatorname{tg} 30°$$

$$\mu_e = 0{,}577$$

Ya mismo podés poner sobre este libro cualquier objeto que tengas cerca y medir el coeficiente de rozamiento estático cuerpo – papel.

UN PROBLEMA PARA EXPERTOS

UNA CAJA DE 1 KILOGRAMO ES ARRASTRADA POR UNA CINTA DE SUPERMERCADO QUE SE MUEVE CON UNA VELOCIDAD CONSTANTE DE 50 cm / seg COMO INDICA LA FIGURA. LA CAJA NO PATINA SOBRE LA CINTA ¿ CUÁL ES EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO ? DATOS: $\mu_e = 0{,}6$; $\mu_d = 0{,}4$.



a) – $F_{ROZ} = 0$ b) – $F_{ROZ} = 4$ N, estática c) – $F_{ROZ} = 4$ N, dinámica
d) – $F_{ROZ} = 6$ N, estática e) – $F_{ROZ} = 6$ N, dinámica f) No se puede calcular F_{ROZ}

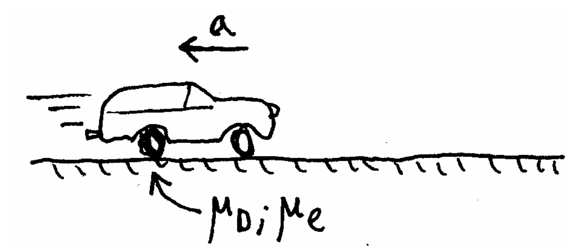
Este es un problema que saqué de un parcial. Vas a resolverlo si sos mago. Aparte de decir si la fuerza de rozamiento es estática o dinámica... ¿ Podrías decir si F_{ROZ} va para adelante o para atrás ?

UN PROBLEMA PARA AMANTES DE LA FISICA

UN AUTO QUE VIENE CON VELOCIDAD 20 m / seg FRENA HASTA DETENERSE. CALCULAR LA DISTANCIA DE FRENADO SI EL CONDUCTOR:

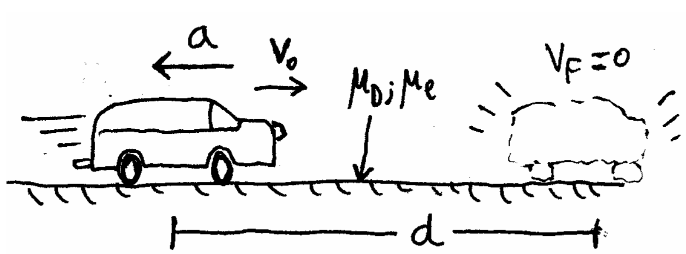
a) – BLOQUEA LAS RUEDAS
b) – NO BLOQUEA LAS RUEDAS.

DATOS: $\mu_e = 0{,}8$; $\mu_d = 0{,}4$.

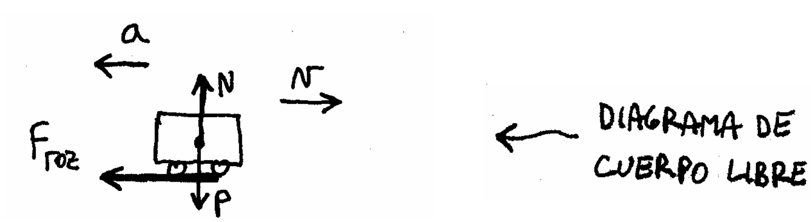


En este problema lo primero que hay que entender es que significa "frenar bloqueando las ruedas" y "frenar sin bloquear las ruedas". Frenar bloqueando las ruedas significa frenar haciendo que las ruedas dejen de girar completamente y patinen sobre el piso. En ese caso, el rozamiento entre las ruedas y el piso es **DINÁMICO**. Frenar sin bloquear las ruedas significa frenar de manera que las ruedas no se traben, si no que sigan girando mientras el auto va frenando. Acá las ruedas no patinan sobre el piso, así que el rozamiento va a ser ESTÁTICO.
Vamos al caso a)

a) – El tipo frena bloqueando las ruedas. Tengo esta situación:



El diagrama de cuerpo libre es:



La fuerza de rozamiento es la única fuerza que actúa. Entonces planteo:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F_{roz_D} = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \mu_D \cancel{m} g = \cancel{m} \cdot a$$

$$\Rightarrow a = \mu_D \, g$$

Calculé la aceleración de frenado. Ahora puedo plantear la ecuación complementaria de cinemática para calcular la distancia de frenado. Me queda:

$$\cancel{V_F^2}^{\,0} - V_0^2 = 2\,a\,d$$

Ahora reemplazo la aceleración de frenado. Ojo, esta aceleración es negativa porque va así ← mientras que el eje x va así: →. Entonces:

$$\Rightarrow \; -V_0^2 = 2\,(-\mu_D\, g)\, d$$

$$\Rightarrow \; \boxed{d = \frac{V_0^2}{2\,\mu_D\, g}} \; \Leftarrow$$

DISTANCIA QUE RECORRE EL AUTO HASTA FRENAR

Hago la cuenta y me da:

$$d = \frac{(\,20\ m/s\,)^2}{2 \times 0{,}4 \times 10\ m/s^2} = \underline{\mathbf{50\ m}}$$

b) – Ahora el auto frena sin bloquear las ruedas. Quiere decir que el rozamiento es estático. El planteo es igual que antes pero ahora tengo que usar mu estático en vez de mu dinámico. Si hago todo eso me quedaría:

$$d = \frac{V_0^2}{2\,\mu_e\, g}$$

Hago la cuenta y me da:

$$d = \frac{(\,20\ m/s\,)^2}{2 \times 0{,}8 \times 10\ m/s^2} = \underline{\mathbf{25\ m}}$$

Fijate la diferencia entre ambas maneras de frenar. La distancia de frenado se reduce a la mitad.Al hacer que las ruedas sigan girando mientras el auto frena.
No está de más decir que esto es lo que pasa en la realidad real cuando un auto frena. Si el tipo salta de golpe sobre el pedal y clava los frenos, la frenada es menos eficiente. El auto tarda más en frenar y recorre más distancia. No es recomendable hacer esto si uno quiere evitar un accidente.

Unas preguntitas sobre este ejercicio:
En este problema el auto venía con una velocidad de 20 m/seg. ¿ Qué hubiera pasado con la distancia de frenado si la velocidad hubiera sido el doble (40 m/seg) ?
¿ Y con el tiempo de frenado ?

UNAS ACLARACIONES IMPORTANTES SOBRE ROZAMIENTO: ← VER

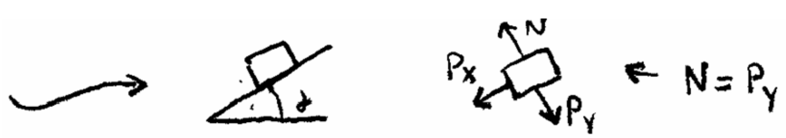
1 - En el caso de rozamiento dinámico la Fuerza de rozamiento se calcula **SIEMPRE** con la fórmula $F_{ROZd} = \mu_D \cdot N$. (siempre). En el caso de rozamiento estático **NO**.
Es decir, la ecuación $F_{ROZe} = \mu_e \cdot N$ no permite calcular la fuerza de rozamiento estática que actúa. (Ojo). Esta ecuación sólo permite calcular la fuerza de rozamiento **MAXIMA** que puede llegar a actuar. Eso significa, la máxima fuerza que puede llegar a hacer el piso **antes de que el cuerpo se empiece a mover**.

2 – Generalmente se dice esto: Tengo rozamiento dinámico cuando el cuerpo se mueve y tengo rozamiento estático cuando el cuerpo no se mueve. Esto no es siempre así. Hay casos raros donde uno puede tener rozamiento estático y el cuerpo se está moviendo. Ejemplo: al caminar, cuando arranca un auto, al estar parado en una escalera mecánica, etc .
También se puede tener rozamiento dinámico con un cuerpo " quieto " . Estos casos son un poco largos de explicar. Pero ojo porque a veces los toman. En la guía hay algunos ejercicios sobre este asunto.

3 – Generalmente se dice que la fuerza de rozamiento " intenta impedir el movimiento ". Esto tampoco es del todo así. Hay casos donde la fuerza de rozamiento **PROVOCA** el movimiento. Es decir, lo genera. Este asunto también es un poco difícil de explicar. Pasa por ejemplo cuando un auto arranca o cuando uno camina.

4 – En las formulas para calcular F_{ROZ} aparece la fuerza normal. La gente tiene tendencia a creer que la normal es el peso y vale m.g. Entonces, en la fórmula, donde dice " N " reemplaza por m.g y chau. Repito e insisto: Esto no es correcto. Es decir, no siempre es así. Hay casos donde la normal **no es igual** al peso del cuerpo. Por ejemplo, en un plano inclinado la normal es igual a P_Y . Y la fuerza P_Y no es igual al peso, sino que vale Pe por Coseno de alfa. Fijate :

OJO, ACA LA NORMAL **NO ES** IGUAL AL PESO



La normal tampoco es igual al peso si el cuerpo está en un ascensor que acelera.

PREGUNTAS PARA EXPERTOS:

* La fuerza de rozamiento no depende del área de la superficie que esté apoyada. ¿ Entonces por qué hay autos que usan ruedas más anchas ? (Patonas)

* ¿ Por qué dicen que para frenar bien hay que frenar " bombeando " ?

* ¿ Sabés lo que es el sistema de frenos con ABS ? ¿ Sabés para qué sirve ?

* ¿ Para qué tienen ranuras las ruedas de los autos ?

* Si tuvieras que acelerar con tu auto tratando de lograr la máxima aceleración posible... ¿ Saldrías " arando " ?

* Un auto va sobre hielo. Pierde el control y empieza a patinar. ¿ Dobla el auto si uno mueve el volante ?

ROZAMIENTO, CONCLUSION.

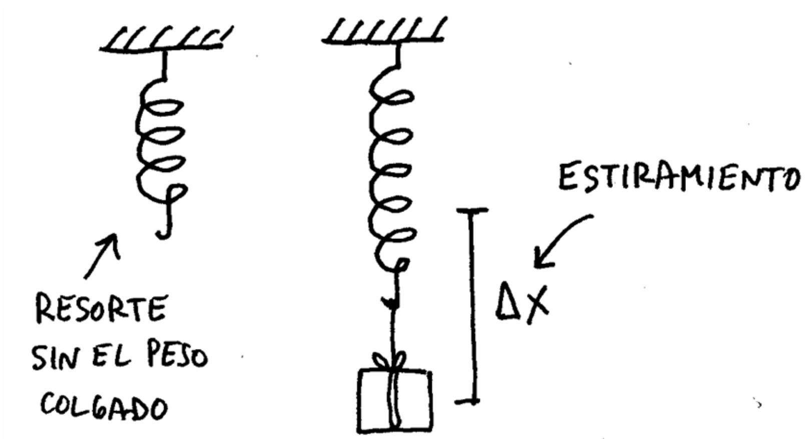
Mirá, rozamiento es un tema que tiene sus vueltas. Alguna gente dice: bueno, rozamiento es como lo que vimos antes en dinámica sólo que ahora hay una fuerza más que se llama rozamiento. Pero el asunto no es tan así. Esta nueva fuerza complica las cosas porque a veces no es fácil darse cuenta si F_{ROZ} es estática o dinámica. A veces tampoco es fácil ver si va para la derecha o para la izquierda.

Hasta agarrarle la mano a este tema vas a tener que resolverte algunos problemas, pero eso pasa siempre acá en física. Hacé los ejercicios de la guía y vas a empezar a entender mejor el asunto.
Y si tenés dudas, bueno, yo siempre ando dando vueltas por el pasillo. Buscame a mi y me lo preguntás.

Próximo Tema: FUERZAS ELASTICAS – RESORTES - LEY de HOOKE

FUERZAS ELASTICAS

(RESORTES – LEY DE HOOKE)



$F = K . X$ ← LEY DE HOOKE

FUERZA QUE TIRA DEL RESORTE

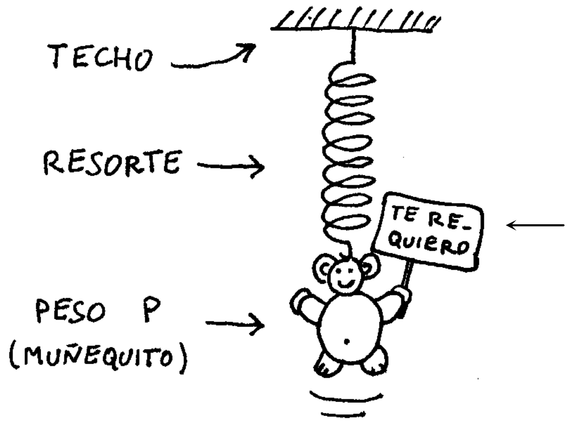
CONSTANTE ELÁSTICA

ESTIRAMIENTO

FUERZAS ELÁSTICAS
RESORTES - LEY DE HOOKE

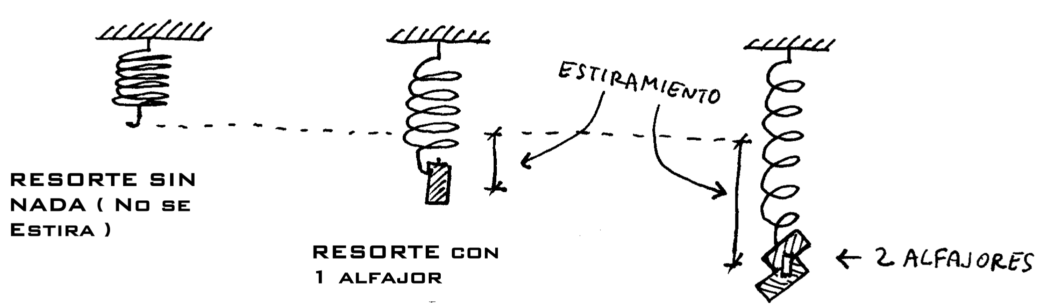
TEORIA

¿ Alguna vez viste esos muñequitos con resorte que se cuelgan del techo ? Tienen un resorte que tiene cierta longitud. Al colgarle el muñequito o algún otro peso, el resorte se estira. Más pesado es lo que cuelgo, más se alarga el resorte. Sería algo así:



Un resorte con un peso colgado.

A lo que mide inicialmente el resorte ellos lo llaman " longitud natural ". Esta longitud natural es lo que mide el resorte sin estar ni comprimido ni estirado.
La pregunta ahora es: Yo cuelgo un peso y el resorte se estira. Si cuelgo un peso doble... ¿ el estiramiento será el doble ? La respuesta es **SÍ**, y eso es justamente lo que dice la ley de Hooke. ¿ Cómo compruebo esto ?
Rta: Muy fácil. Hago lo mismo que hizo Hooke. Voy a un negocio y me compro el muñequito con el resorte. Me compro también algunas cosas para colgarle. Por ejemplo, algunos alfajores que digan **PESO NETO: 50 g**. Ahora saco el muñequito y voy colgando los alfajores así:



Con cada alfajor que voy colgando veo que el resorte se va estirando. Supongamos que cada vez que cuelgo un alfajor el estiramiento es de 10 cm.

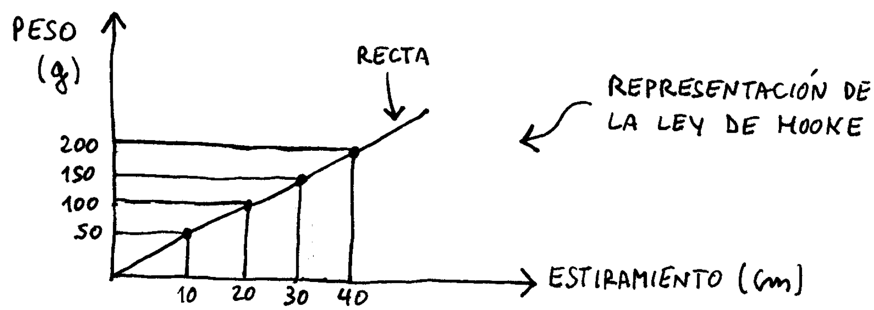
Si hago una tabla de valores me queda esto:

Objeto Colgado	Peso Total	Estiramiento Total
1 alfajor	50 g	10 cm
2 alfajores	100 g	20 cm
3 alfajores	150 g	30 cm
4 alfajores	200 g	40 cm

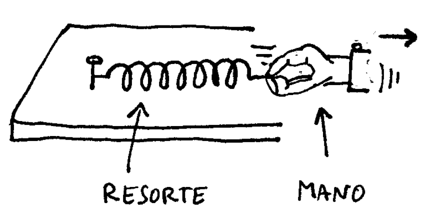
⇦ Tabla con los pesos y el estiramiento.

Fijate que este experimento es algo que vos podés hacer si te conseguís un resorte y unos alfajores. Esto mismo es lo que hizo Hooke en 1600 y pico. (Es decir, fue a un negocio, compró los alfajores, el muñequito y etc, etc).

La conclusión que sacó Hooke es que si uno cuelga un peso doble, el estiramiento es el doble. Si uno cuelga un peso triple, el estiramiento es el triple. (Genio)
Ahora, hablando en forma física, ¿ Qué fue lo que hizo Hooke ?
<u>Rta</u>: Comprobó que lo que se estira un resorte es proporcional al peso que uno le cuelga. Representemos esto. Si pongo los valores en un gráfico me da una recta. Fijate:

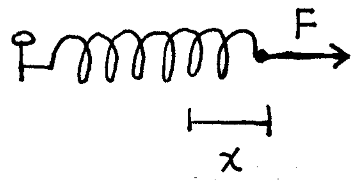


Dicho de otra manera, el estiramiento es directamente proporcional al peso colgado. Bueno, esto creo que más o menos se entiende. Ahora imaginate esta otra situación: pongo un resorte agarrado a un clavo sobre una mesa y tiro.



← La mano tira del resorte y lo alarga.

Voy a llamar <u>**F**</u> a la fuerza que yo hago sobre el resorte y <u>**x**</u> al estiramiento. Pongamos el resorte con la fuerza aplicada sobre él. El diagrama sería éste:

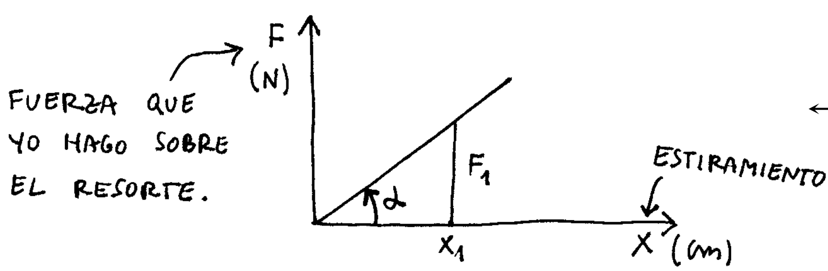


← Esquema con la fuerza y el estiramiento.

Si hago una fuerza F, tengo un estiramiento determinado. Si hago una fuerza doble, el estiramiento será el doble. (Igual que cuando iba colgando los pesos).
Puedo decir que la fuerza aplicada va a ser proporcional a la elongación del resorte. (Elongación = estiramiento). O sea:

F es proporcional a **X**

Quiere decir que la función que relaciona a **F** con **X**, tiene que ser una función lineal. (Una recta). Tipo $y = m\,x + b$ o algo por el estilo. El gráfico que yo había obtenido era éste:



← Para una fuerza F_1 tengo un estiramiento x_1.

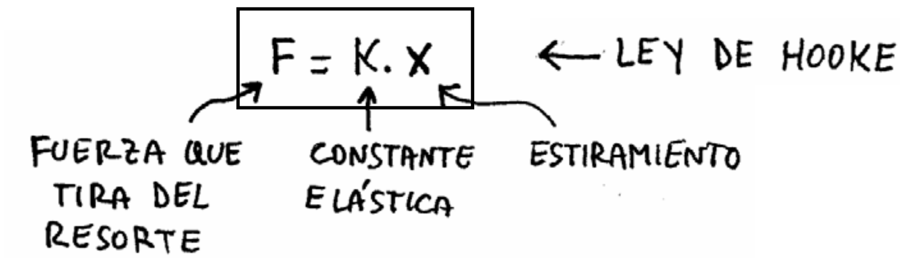
La recta sale del origen, porque para F = 0, el estiramiento es cero. Me queda entonces algo del tipo $y = m \,.\, X$. Algunos chicos dicen: ¿ No se puede poner directamente $F = X$?. La respuesta es: no, porque e**F**e no es igual a equis. F es **proporcional** a X.

Ahora mirá el dibujito de arriba. ¿ La pendiente de la recta, cuál es ? Y bueno, en el triangulito el cateto opuesto es F_1 y el adyacente es x_1. A la pendiente de la recta, la llamo **K** , (constante del resorte). Me queda:

$$K = \frac{\text{Fuerza que tira}}{\text{Distancia que se estiró}} \quad \leftarrow \text{Constante del resorte.}$$

Y ahora sí tengo la expresión a la que llegó Hooke jugando con el muñequito y los alfajores. (El muñequito está en un museo, y los alfajores se los morfó). Como es una recta, tiene que ser del tipo $Y = m \,.\, X$. Pero a la pendiente m yo la llamé K. Entonces la ecuación tiene que ser $F = K.X$.

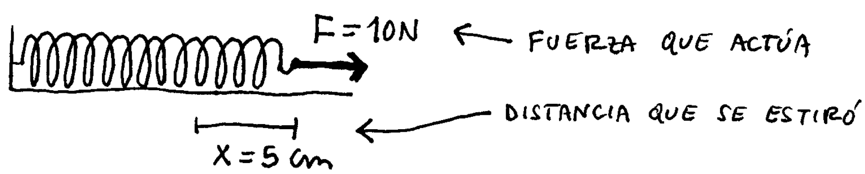
Fijate el significado de cada cosa en la fórmula F = K.X :



Cuando yo digo F = K.X, quiero decir que si tengo un resorte de constante K y quiero mantenerlo estirado (o comprimido) una distancia X, la fuerza que voy a tener que hacer va a valer K por X. Esto es la ley de Hooke. ¿ Me seguiste ?
Bueno, vamos a esto otro:

¿ <u>QUÉ ES LA CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE</u> ? ← <u>VER</u>

La constante K es lo que me dice si el resorte es blando o duro. Cuanto mayor es K, más duro es el resorte. Cuanto menor es K, menos duro es el resorte. Cuando digo " resorte duro " quiero decir resorte difícil de estirar o difícil de comprimir.
Por ejemplo, supongamos que tengo un resorte tal que si le hago una fuerza de 10 Newton, se estira 5 cm :



Si planteo la ley de Hooke F = K.X me queda:

$$10\,\mathrm{N} = k \cdot 5\,\mathrm{cm} \qquad \Rightarrow \qquad K = \frac{10\mathrm{N}}{5\mathrm{cm}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}} \qquad \leftarrow \text{ Valor de la constante.}$$

Ahora, fijate esto: ¿ Qué significa este resultado de K = 2 N/cm ?.
<u>Rta</u>: Significa que tengo un resorte tal que para mantenerlo estirado una distancia de 1 cm, tengo que hacer una fuerza de 2 N.
Pregunta: ¿ Un resorte que tuviera una constante doble sería más duro ?
<u>Rta</u>: Sí, sería más duro, porque para tenerlo estirado 1 cm uno tendría que hacer una fuerza de 4 N. (El doble).

Resumiendo, la constante elástica es una medida de la facilidad o la dificultad para estirar a un resorte. Desde el punto de vista gráfico, la constante es la pendiente de la recta del gráfico fuerza en función del estiramiento. Sus unidades son las de una fuerza dividida por una distancia.

$$[K] = \frac{N}{m} \text{ ó } \frac{Kgf}{m} \quad \leftarrow \text{ UNIDADES DE LA CTE ELÁSTICA}$$

La constante también puede estar en N/cm o Kgf / cm o alguna otra unidad parecida. Ahora un comentario:

ACLARACIÓN SOBRE EL SIGNO MENOS

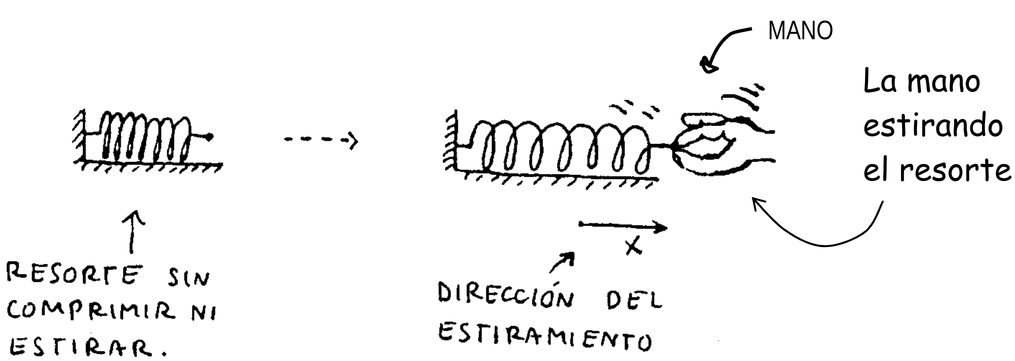
A veces ellos no ponen la ley de Hooke como F = K . X, sino como F = $\overset{\text{VER}}{-}$ K . X
¿ Por qué es esto ? Bueno, la fuerza F que yo puse en la fórmula es la que

$\boxed{\textbf{yo}}$

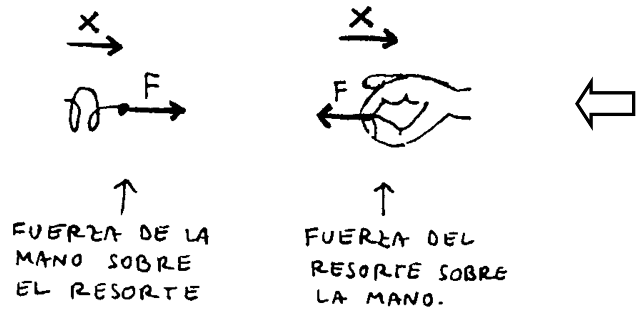
hago sobre el resorte. A su vez, el resorte ejerce sobre mi mano una fuerza igual y contraria. (La reacción). Esta fuerza que ejerce el resorte apunta al revés que el estiramiento. Es decir, si el estiramiento va así: ←, la fuerza va así: →.

Entonces, si uno considera la fuerza que hace el resorte sobre la mano (en vez de considerar la que la mano hace sobre el resorte), tiene que poner un signo negativo. El signo menos viene de considerar que la fuerza que hace el resorte apunta al revés del estiramiento. ¿ Tendés como es la cosa ?

Entonces... ¿ La Ley de Hooke se pone F = K.X o F = - K.X ?
Rta: Es lo mismo. Se puede poner de las 2 maneras. Vos tenés que trabajar con el **módulo** de la fuerza. El signo no lo usás. A ver si con este dibujito lo ves mejor:



Las fuerzas que actúan sobre la mano y sobre el resorte son:



Fuerzas que actúan sobre cada cuerpo.

Resumiendo: No es necesario poner el sigo menos. Vos poné la fórmula como F = K.X. La fuerza la usás en módulo y el sentido de F lo marcás vos después en tu dibujo.

<u>ACLARACIONES SOBRE LA LEY DE HOOKE</u>:

* En la fórmula F = K.X suele decirse que equis es el estiramiento o elongación. Esto está bien, pero no te olvides que X también puede ser **<u>COMPRESIÓN</u>**.

* A veces también se pone la Ley de Hooke como $F = K.\Delta X$. (ΔX = delta equis). Es lo mismo. Podes poner F = K.X o $F = K.\Delta X$. Lo importante es que sepas que ΔX es la distancia que se estiró el resorte con respecto a su longitud natural de no estirado ni comprimido. (Que se estiró o que se comprimió).

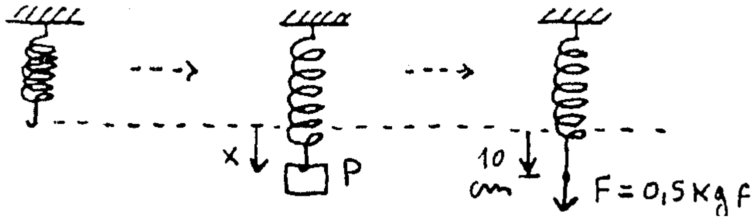
En principio, acá termina la teoría de fuerzas elásticas. No es muy difícil, como ves. Pero OJO por lo siguiente: Hooke es un tema que no suelen tomarlo así aislado. Es demasiado fácil. Es aplicar la fórmula F = K.X . Si lo toman, lo toman mezclado con alguna otra cosa. Por ejemplo, pueden tomarlo combinado con plano inclinado, con rozamiento, con cuerpos vinculados, con movimiento circular, con energía o algo así.

Tenés que saber bien esto de fuerzas elásticas porque después se lo vuelve a ver en trabajo y energía. Ahí se parte de la ley de Hooke para explicar la energía elástica de un resorte.

<u>EJEMPLO</u>:

SE CUELGA UN PESO DE MEDIO KILO DE UN RESORTE Y SE OBSERVA QUE EL RESORTE SE ESTIRA 10 cm. CALCULAR:
a) - LA CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE.
b) - LA FUERZA QUE SE EJERCE SI SE TIRA DEL RESORTE Y SE LO ALARGA 35 cm.

a) - Calculo K. Planteo ley de Hooke. Hago un dibujito de lo que dice el problema. Tengo esto:



← Esquema de lo que pasa.

La constante del resorte va a ser:

$$F = K.\,X \;\rightarrow\; K = F/X \;\rightarrow\; K = \frac{500\ gf}{10\ cm}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 50\ \frac{gf}{cm}} \quad \leftarrow \text{Valor de la constante elástica del resorte.}$$

Esto que calculé me indica que para estirar a este resorte, tengo que hacer una fuerza de 50 gramos fuerza para alargarlo 1 cm.

b) - Si el tipo estira el resorte 35 cm, x vale 35 cm. Entonces:

$$F = K \cdot x \qquad \Rightarrow F = 50\ \frac{gf}{cm} \cdot 35\ cm = 1.750\ gf$$

$$\Rightarrow \underline{F = 1{,}75\ Kgf} \qquad \leftarrow \text{Fuerza que ejerce.}$$

De este problema quiero que veas una conclusión importante: El tipo, al colgar un peso conocido (0,5 Kgf) y calcular la constante está **calibrando** el resorte. Esto significa que ahora él ya sabe que por cada 50 gr que cuelgue, el resorte se va a estirar 1 cm.

Cuando uno tiene un resorte calibrado, puede usarlo para **medir fuerzas**. Por ejemplo, si querés saber que fuerza estás haciendo con la mano, tirás del resorte y te fijás cuánto vale el estiramiento. Después calculás la fuerza que estás haciendo usando la fórmula F = K.X .

Con un resorte uno puede calcular cuanto pesa un cuerpo desconocido. Es la misma historia. Colgás el peso desconocido del resorte y medís el estiramiento. Esto es lo que se llama fabricar un **dinamómetro**, es decir: un resortito calibrado que se usa para medir fuerzas. Dicho de otra manera, con un resortito puedo fabricar una balanza. En principio las balanzas funcionan así.

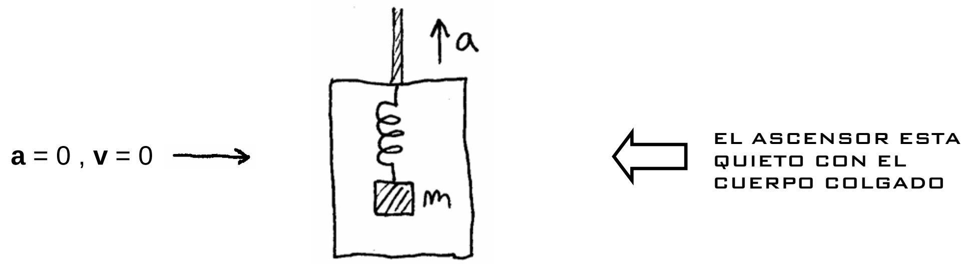
<u>Conclusión</u>: Los resortes son cosas que me permiten medir fuerzas. Esto es importante. La manera que tiene la física para medir una fuerza es usando un resorte.

PROBLEMA PARA EXPERTOS

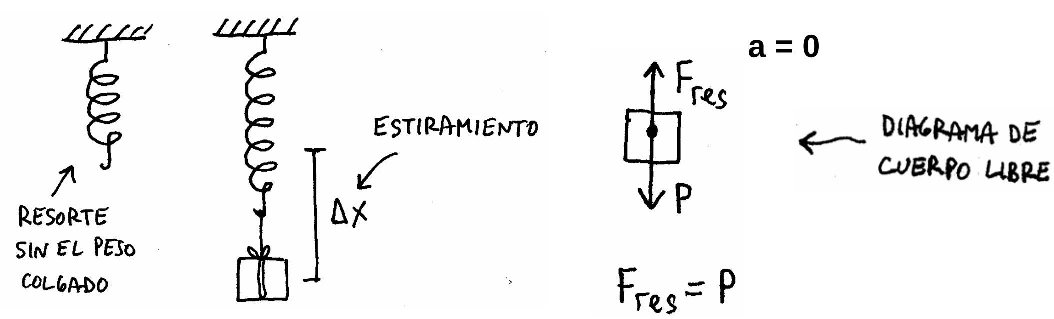
SE CUELGA UN CUERPO DE 2 KILOGRAMOS DE UN RESORTE Y SE LO COLOCA EN UN ASCENSOR. CALCULAR EL ESTIRAMIENTO DEL RESORTE EN LOS SIGUIENTES CASOS :

a) - ASCENSOR QUIETO.
b) - ASCENSOR SUBIENDO CON VELOCIDAD CONSTANTE 2 m/seg.
b) - ¿ CUANTO VALE LA ACELERACIÓN DEL ASCENSOSR SI SE VERIFICA QUE EL RESORTE SE ESTIRA 15 cm ?
DATO: K = 2 N / cm

a) Bueno, hagamos un dibujito. Dicen que el ascensor está quieto con el peso de 2 kg colgado del resorte:



Cuando el cuerpo no está colgado, el resorte tiene cierta longitud. Esto es lo que mide el resorte cuando no está ni comprimido ni estirado. Se la suele llamar " longitud natural ". Ahora, al colgar el cuerpo, el resorte se estira un cierto ΔX.



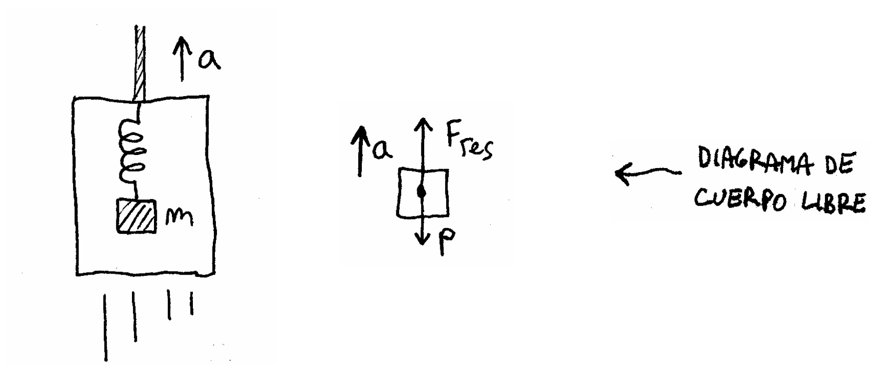
Con el ascensor quieto, la fuerza que hace el resorte es igual al peso del cuerpo. El peso es 20 Newton y la constante del resorte es 2 Newton/cm. Entonces:

$$F = K . X \Rightarrow X = \frac{F}{K}$$

$$\Rightarrow X = \frac{20\ N}{2N/cm} \Rightarrow \underline{X = 10\ cm}$$ ← ESTIRAMIENTO DEL RESORTE

b) – Ahora dicen que el cuerpo sube con velocidad constante 2 m/seg. Hay que pensarlo un poco. Si el ascensor se mueve con velocidad constante, la aceleración sigue siendo **CERO**. Quiere decir que el resorte va a seguir estirado 10 cm, lo mismo que si el ascensor estuviera quieto. Fijate que no importa el valor de la velocidad ni tampoco si el cuerpo está subiendo o bajando. Lo único que importa es que la velocidad sea constante.

c) – Ahora piden calcular la aceleración del ascensor sabiendo que el resorte se estira 15 cm. Esta es la pregunta del millón. Hagamos un dibujito:



Con el ascensor acelerando planteo la ley de Newton de acuerdo al diagrama de cuerpo libre:

$$F_{res} - P = m\,a \quad \Rightarrow K x - P = m\,a$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{K . x - m\,g}{m}$$

Acá hay un problema. Me dicen que el resorte está estirado 15 cm. Pero... ¿ Esos 15 cm están medidos desde la longitud inicial del resorte o desde cuando el cuerpo ya estaba colgado del resorte ? El problema no aclara esto. Es decir, no sé si tomar x = 15 cm o x = 25 cm. Supongamos que el dato está dado desde la longitud natural del resorte. En ese caso:

$$a = \frac{2\,\frac{N}{\cancel{cm}} . 15\,\cancel{cm} - 2\,Kg \times 10\,m/s^2}{2\,Kg}$$

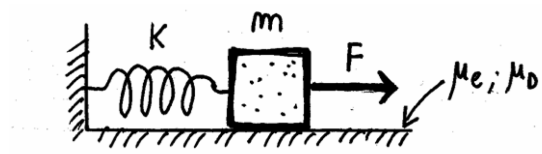
$$\boxed{a = 5\,\frac{m}{s^2}} \leftarrow$$ ACELERACIÓN DEL ASCENSOR

Aclaración: Me dio a = 5 m/s^2. Esto no quiere decir necesariamente que el ascensor esté yendo para arriba. Podría estar yendo para abajo y estar frenando. (Ojo). Este tipo de cosas son las genialidades que tiene la física.

PROBLEMA DE PARCIAL

El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg y existe rozamiento entre el mismo y la superficie con coeficientes: μ_e = 0,5 y μ_d = 0,2. El cuerpo está en reposo. Se observa que la fuerza F es de 100 N y que el resorte, cuya constante elástica es K = 300 N/m, está alargado en 20 cm respecto a su posición inicial. Diga cuál de estas afirmaciones corresponde para el valor y el sentido de la fuerza de rozamiento:

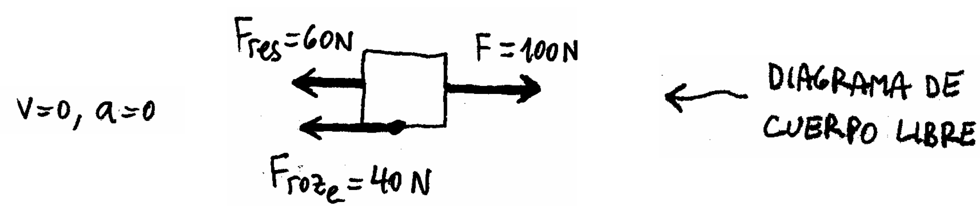
a) 40 N con sentido contrario a la fuerza elástica
b) 50 N con igual sentido que la fuerza elástica
c) 40 N con igual sentido que la fuerza elástica
d) 20 N con sentido contrario a la fuerza elástica
e) 50 N con sentido contrario a la fuerza elástica
f) 20 N con igual sentido que la fuerza elástica.



Dicen que el cuerpo está quieto. Entonces la fuerza de rozamiento que está actuando es la de rozamiento estática. El resorte está estirado 20 cm. Entonces la fuerza que hace vale:

$$F = K.X = 300\ N/m \times 0,2\ m = \underline{\mathbf{60\ N}}$$

Ahora dicen que la fuerza F vale 100 N. quiere decir que tengo 100 N tirando así → y 60 N tirando así ← . La resultante de estas 2 fuerzas es una fuerza de 40 N así →. La fuerza de rozamiento estática debe equilibrar a esta fuerza. El diagrama de cuerpo libre sería este:



Quiere decir que F_{ROZe} vale 40 N así: ←.

Conclusión: correcta la c) **40 N con igual sentido que la fuerza elástica.**

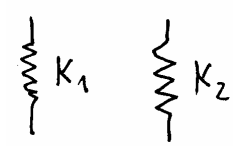
Este problema está hecho para que vos caigas en la trampa de decir: $F_{ROZ_e} = \mu_e . N$

Calculás F_{ROZe} , te da 50 Newton y parecería que la b) o la e) fueran las correctas. Pero no. El error está en decir que $F_{ROZe} = \mu_e.N$. F_{ROZe} no es igual a μ_e.N Lo que es igual a Mu estático por N es la fuerza de rozamiento **MAXIMA** que puede hacer el piso. En este caso hay rozamiento estático, pero la fuerza que actúa **no es la máxima**.

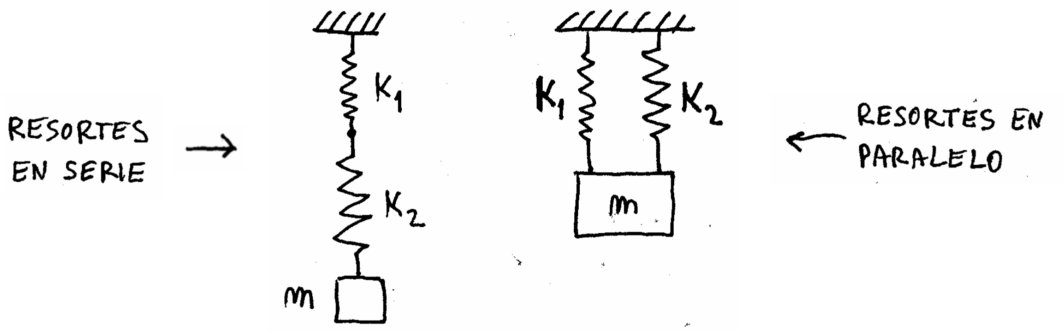
Por cierto, en este problema la masa no se usa. Es un dato de más. Lo dan para que caigas en el truco de calcular la fuerza de rozamiento usando Mu por eNe. (Horror)

RESORTES EN SERIE Y EN PARALELO

Supongamos que tengo 2 resortes de constantes K_1 y K_2



Uno puede conectar los 2 resortes entre sí. Si los pone uno a continuación del otro, tendría conexión en serie. Si los pone uno al lado del otro, tendría conexión en paralelo. Sería esto:



Se pueden hacer algunos cálculos para saber cuánto vale la constante equivalente de 2 resortes puestos en serie o en paralelo. Esos cálculos no son muy difíciles pero son un poco largos. Por eso no los pongo. Los resultados son estos:

$$\boxed{K_{eq} = K_1 + K_2}$$ ← RESORTES EN PARALELO

$$\boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$ ← RESORTES EN SERIE

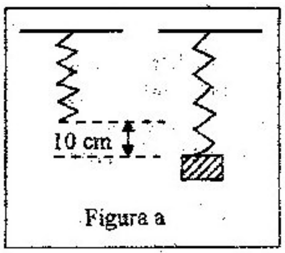
Entonces, para resortes en paralelo se suman las constantes y para resortes en serie se suman las inversas de las constantes. Por favor fijate esta fórmula que pongo ahora que es importante: Si despejás la constante equivalente para resortes en serie te da esto:

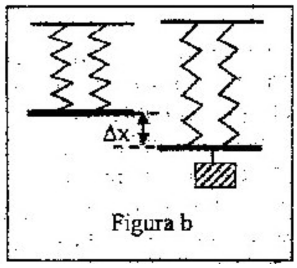
$$K_{eq} = \frac{K_1 . K_2}{K_1 + K_2}$$ ← RESORTES EN SERIE

Atención, esta última fórmula vale sólo **PARA 2 RESORTES**. No se puede usar para 3 o más resortes. ¿ Estamos ?

Para el caso particular de 2 resortes de constantes iguales, la K_{EQ} del paralelo sería K_{EQ} = 2 K y la constante equivalente para los 2 resortes en serie sería K_{EQ} = k/2

PROBLEMA DE PARCIAL

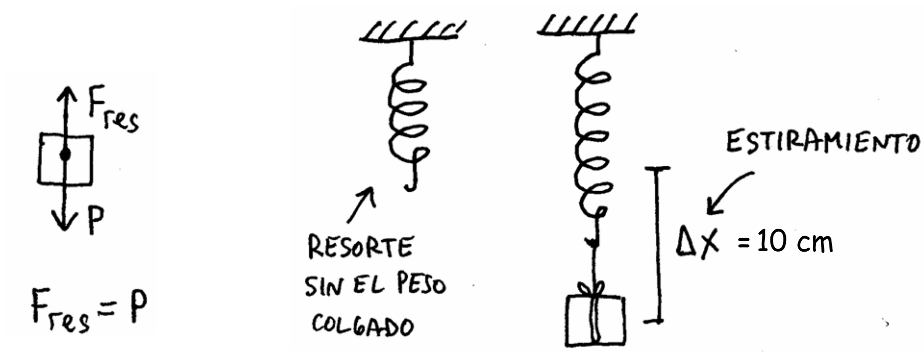




Un resorte de constante k y de masa despreciable se encuentra colgado del techo. Del extremo libre se cuelga una masa de 4 kg que produce en el equilibrio un estiramiento de 10 cm como muestra la figura a. Determinar el estiramiento en el equilibrio cuando el mismo cuerpo se cuelga de dos resortes de la misma constante k como indica la figura b.

a) 12, 5 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 5 cm e) 7,5 cm f) 10 cm

Me dicen que cuelgo un cuerpo de 4 kg de un resorte y el resorte se estira 10 cm. Hagamos un dibujito:

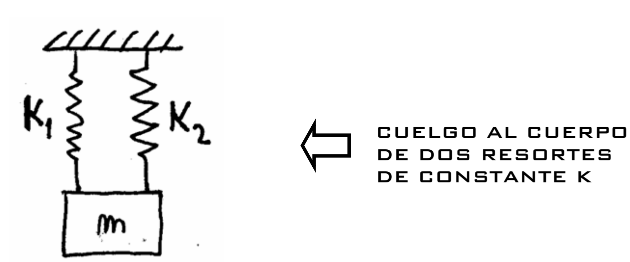


Calculo la constante del resorte:

$$F = K.\,X \;\rightarrow K = F/X$$

$$\rightarrow K = \frac{40\ N}{10\ cm} = \mathbf{4}\ \frac{N}{cm}$$

Ahora me dicen que cuelgo al cuerpo con 2 resortes de la misma constante que el primero. Quiere decir que tengo esto:



Los resortes están el paralelo. Para calcular la constante equivalente hago:

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

$\Rightarrow K_{EQ} = 4\ N/cm + 4\ N/cm = 8\ N/cm$

Ahora calculo el estiramiento usando la constante equivalente :

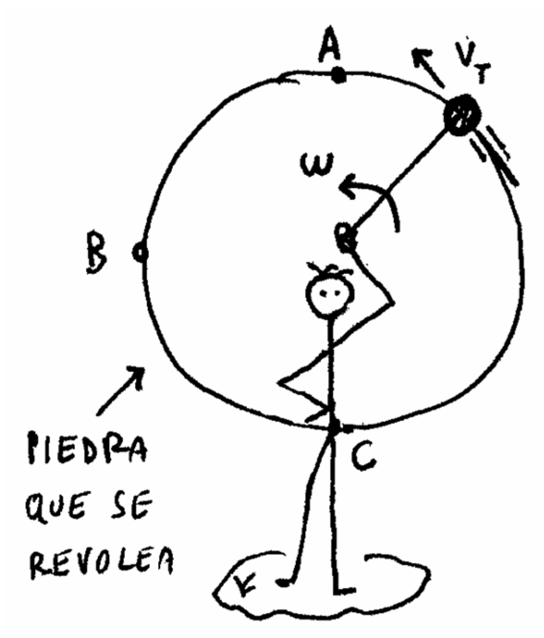
$$F = K \cdot X \Rightarrow X = \frac{F}{K} \Rightarrow$$

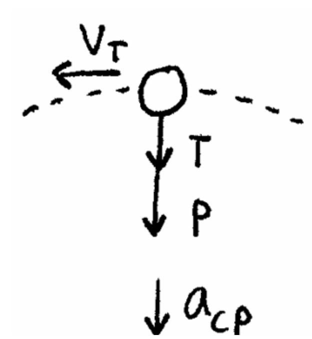
$\Rightarrow X = \dfrac{40\ N}{8\ N/cm} = \underline{\mathbf{5\ cm}}$ ← ESTIRAMIENTO DEL RESORTE

Correcta la opción d)

FIN FUERZAS ELASTICAS – LEY DE HOOKE

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR





$$\boxed{T + P = m\,a_{CP}}$$

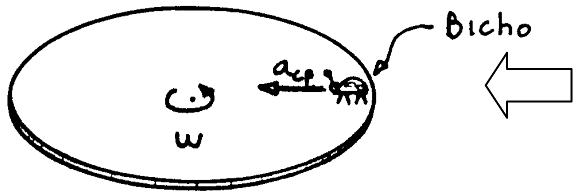
EN A. (ARRIBA).

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Cuando empecé con la parte de dinámica te comenté que para resolver los problemas había que plantear la 2ª ley de Newton que decía:

$$\sum F = m.a$$

Ahora lo que quiero hacer es plantear esta misma ecuación para algo que se mueve con movimiento circular. Imaginate algo que está girando, por ejemplo un bichito de luz sobre un disco. El tipo tiene aceleración centrípeta porque está dando vueltas. Eso ya lo viste antes en la parte de cinemática del movimiento circular.



La aceleración del bicho apunta hacia el centro. (Centrípeta)

Acá también vale la ecuación de Newton. El tipo tiene aplicada una fuerza sobre él que es la que hace que se mueva en círculos. Esta fuerza se llama <u>**centrípeta**</u>. Si la fuerza centrípeta no existiera, el cuerpo nunca podría moverse siguiendo una trayectoria circular. Esto es porque la 1ª ley de newton dice que si una cosa no tiene ninguna fuerza aplicada, obligatoriamente se va a mover siguiendo una <u>línea recta</u> .

En el caso del bicho o de cualquier cosa que esté parada sobre un disco que gira, la fuerza centrípeta (f_{cp}) será la <u>**fuerza de rozamiento**</u>. Vas a entender esto mejor si mirás el diagrama de cuerpo libre:

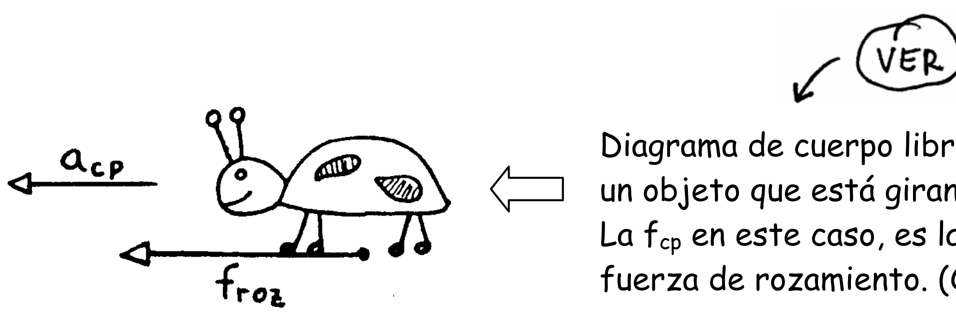


Diagrama de cuerpo libre de un objeto que está girando. La f_{cp} en este caso, es la fuerza de rozamiento. (Ojo)

Ahora, mirando el diagrama de cuerpo libre, planteo la ecuación de Newton. La única fuerza que actúa es la centrípeta. Entonces :

$$F_{CP} = m \times a_{CP}$$

La Fcp puede ser cualquier fuerza. Por ejemplo, el peso, la tensión de la cuerda, la fuerza de un resorte o la fuerza de atracción gravitacional de Newton. (Gravitación lo vamos a ver después). Para el caso particular del bicho girando sobre el disco, la Fcp va a ser la fuerza de rozamiento.

En conclusión, para cualquier cosa que esté dando vueltas, la ec. de Newton queda así:

VER $\longrightarrow$ $$\boxed{\sum F_{\text{EN DIRECCIÓN RADIAL}} = m \cdot a_{cp}}$$ ⇦ LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR

COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MOVIMIENTO CIRCULAR: ← LEER

Para resolver problemas de dinámica circular conviene que sigas estos pasos :

1) Hacés el diagrama de cuerpo libre poniendo **todas las fuerzas** que actúan sobre el cuerpo. Sobre el diagrama también tenés que poner que la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta. (Tenés que indicar para dónde apuntan).

2) De acuerdo al diagrama, planteás la ecuación de Newton para el movimiento circular.

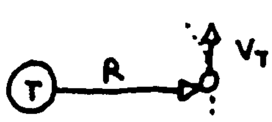
$$\sum F_{\text{en dirección radial}} = m \cdot a_{cp}$$

La Ec. de Newton dice que la sumatoria de las fuerzas en la dirección del radio es igual a la masa por la aceleración centrípeta.

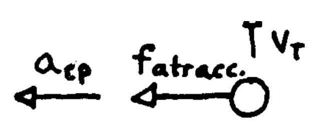
3) Reemplazás a_{cp} por $\omega^2 R$ o por $V_T{}^2 / R$ y de la ecuación que te queda despejás lo que te piden.

ALGUNOS CASOS QUE SIEMPRE TOMAN

Prestale atención a los diagramas de cuerpo libre que pongo acá. Son casos que siempre suelen aparecer.



Cuerpo en rotación alrededor de un planeta



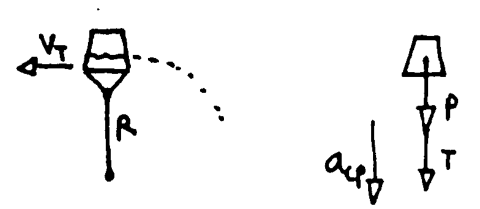
⇧

Diagrama

Ecuación :

⇩

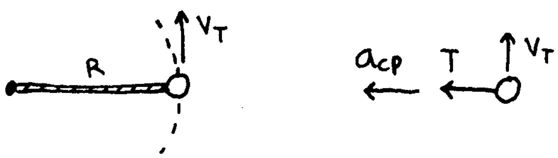
$$F_{ATRACC.} = m \times a_{CP}$$



DIAG. DE C. LIBRE

Balde de agua que gira en un plano vertical.

Ecuación: $P + T = m \cdot a_{CP}$



ESQUEMA VISTO DESDE ARRIBA

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

PIEDRA ATADA A UNA SOGA QUE SE REVOLEA EN UN PLANO HORIZONTAL.

$T = m . a_{cp}$

ECUACIÓN DE NEWTON

Hay un montón de otras situaciones de cosas que giran con movimiento circular. Pero conviene que conozcas las que puse acá porque aparecen todo el tiempo.

Sí hay algo que tenés que saber: Movimiento circular no es un tema fácil de entender. El problema empieza cuando ellos te explican que cuando una cosa gira, hay una fuerza que tira para adentro llamada fuerza centrípeta. El asunto es que pese a la explicación, uno suele estar convencido de que la fuerza esa apunta para afuera y no para adentro. (Es lógico que uno piense así, porque cuando un auto agarra una curva uno tiende a irse para afuera, no para adentro).
No pretendo que entiendas esto de entrada. Y no pretendo que lo entiendas de entrada porque no es fácil de entender.
Entonces, lo que tenés que darte cuenta es que la idea es que sepas resolver unos 20 problemas de movimiento circular y que entiendas el concepto principal que es que :

LA FUERZA CENTRÍPETA APUNTA SIEMPRE PARA ADENTRO ← VER ESTO

No me vengas ahora con que por más que yo te lo diga, igual no lo entendés. Esto le llevó siglos a la humanidad, y si vos lo querés entender bien, también te va a llevar siglos. Bueno, siglos no, pero te va a llevar bastante.
¿Te imaginás un siglo estudiando física ?
No te rías. Creo que ya te lo conté una vez. Un día tuve una alumna que se llamaba Marcela. Por las cosas que preguntaba se notaba que ya había cursado la materia. Finalmente un día le pregunté si estaba recursando física. Marcela me miró y me dijo: **¡ Esta es la séptima vez que la curso !** (Sí, así como lo oís: 7 veces física).

Pero bueno, te aclaro que la chica tenía problemas...Todo el mundo la conocía.
Los ayudantes, los jefes, los profesores... Y claro: más o menos había cursado en todos lados, en todos los horarios. Al parecer el único que no la conocía era yo. La cosa es que la tipa creía que había una confabulación de todos los docentes de física para no dejarla aprobar la materia. (En serio te lo digo). Ella estaba convencida de que no querían dejarla entrar a la facultad. No había manera de sacarle esta idea de la cabeza. (O sea, Marcela estaba Re-chapita = le chiflaba el moño)

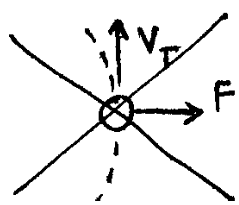
En otro momento voy a comentarte cómo siguió la historia. Sólo te adelanto que un día ella me miró... yo la mire... y... y... y... bueno, nació el amor.
Siete veces física, Marcelita... ¿ No está mal, eh ?

Pero bueno, ahora sigamos con el asunto.
Resumiendo, si vos no querés cursar física durante siglos tenés que saber que:

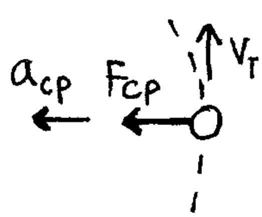
LA FUERZA RESULTANTE DE TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UNA COSA QUE SE MUEVE CON MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME SE LLAMA **FUERZA CENTRÍPETA** Y **APUNTA SIEMPRE <u>HACIA EL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA</u>**.

← OJO

Es decir que:

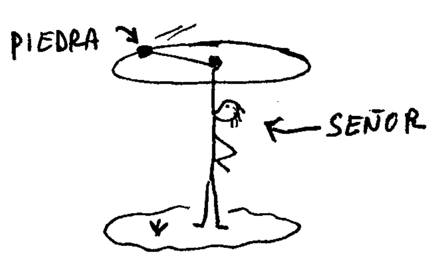


← El diagrama de cuerpo libre de algo que se mueve con movimiento circular **nunca puede ser algo así**.



← Tiene que ser siempre así. (Es decir, con la fuerza centrípeta **apuntando hacia el centro**).

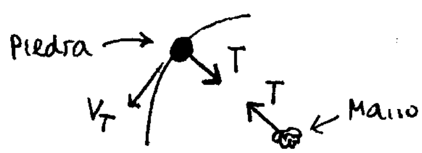
La explicación de esto es la siguiente: suponé que revoleás una piedra así:



Vos decís: al revolear la piedra, siento que ella quiere irse hacia afuera. Correcto.Eso es cierto. La fuerza que el hilo ejerce **<u>sobre tu mano</u>** apunta hacia afuera. Esa es la fuerza que uno siente. Uno siente que esa fuerza va para afuera y efectivamente va para afuera. El único problema es que la fuerza que uno siente sobre la mano de uno... **<u>NO ES LA FUERZA QUE VA EN EL DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE</u>** ! La fuerza que va en el diagrama de cuerpo libre es la que **<u>tu mano ejerce sobre la piedra</u>**. Y esa fuerza **<u>SÍ</u>** apunta para adentro.

Repito. La fuerza que uno siente sobre la mano de uno existe y va para afuera. Pero no es esta fuerza la que va en el diagrama de cuerpo libre.

La fuerza que va en el diagrama es <u>la que la mano de uno ejerce sobre la piedra</u>. (Y no al revés). Esta es la fuerza que se llama fuerza centrípeta y va para adentro. El diagrama de cuerpo libre sería así:



← Diagrama de cuerpo libre visto desde arriba

Resumiendo, lo que tenés que entender es lo siguiente: la fuerza que vos sentís sobre tu mano **<u>sí</u>** va para afuera. Pero esa es la fuerza que actúa sobre **<u>tu</u>** mano. No sobre el cuerpo que gira. La fuerza que actúa sobre el cuerpo que gira (= **la piedra**) va para adentro.

¿Tendiste ?

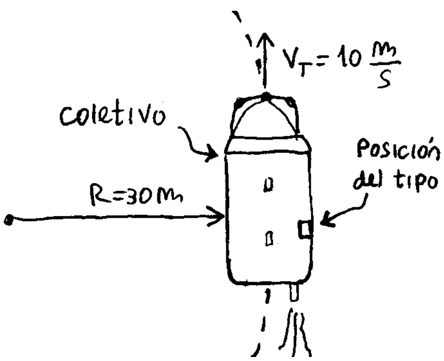
A ver si lo ves mejor en un caso concreto. Fijate el ejemplo del colectivo que dobla.

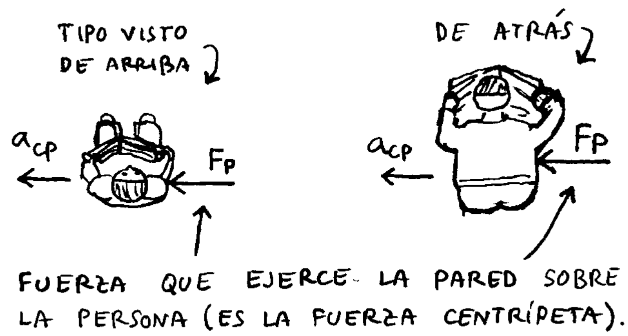
<u>Ejemplo 1</u>

UN COLECTIVO QUE VA A 36 KM POR HORA (10 m/s) TOMA UNA CURVA DE RADIO 30 m. UN SEÑOR QUE VA SENTADO SE SIENTE TIRADO HACIA LA PARED. CALCULAR QUÉ FUERZA EJERCE LA PARED SOBRE EL TIPO.
SUPONER QUE NO HAY ROZAMIENTO ENTRE LA PERSONA Y EL ASIENTO.
<u>DATO</u>: MASA DEL HOMBRE: 60 Kg.

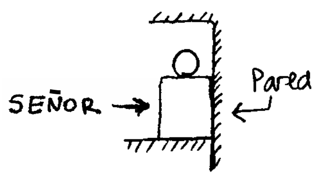
Lo que el enunciado quiere decir es lo siguiente: Cuando un colectivo dobla, toda la gente se va para el costado. Eso ya lo sabés. Lindos golpes te debés haber dado viajando como ganado en los colectivos. Imaginate un tipo que está sentado.El hombre también siente que se va contra la ventanilla y que se pega a la pared.

Hagamos unos dibujitos que muestren un poco mejor lo que pasa:





Voy a simplificar todos estos dibujitos complicados haciendo los diagramas de cuerpo libre:



Esquema del asunto visto desde atrás.

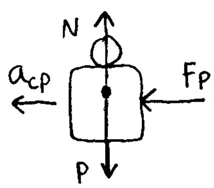


Diagrama de c. libre visto desde atrás.

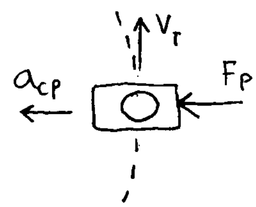


Diagrama de c. libre visto desde arriba.

Hice los diagramas del tipo visto desde arriba y desde atrás para que el asunto se entienda mejor. Planteo la ley de Newton para el movimiento circular que dice que

$$\sum F_{\substack{\text{EN DIRECCIÓN} \\ \text{DEL RADIO}}} = m \times a_{CP}$$

En este caso hay una sola fuerza en dirección radial que es la que la pared ejerce sobre la persona. Es decir acá, ésta es la fuerza centrípeta. Por otro lado la aceleración centrípeta vale " ve cuadrado sobre erre ". Planteo:

$$F_{CP} = m \cdot \frac{v_T^2}{R}$$

$$F_{CP} = 60\,Kg \cdot \frac{(10\,m/s)^2}{30m}$$

$$\Rightarrow \quad F_{CP} = 200\,N \qquad \leftarrow \text{ Fuerza que ejerce la pared}$$

Pongámonos de acuerdo. Esta fuerza que calculé es la que **la pared** ejerce sobre **el tipo.** Es la fuerza que lo está obligando a seguir una trayectoria curva. Si esta fuerza no existiera, el tipo se movería en línea recta. Por otro lado, **el tipo** ejerce sobre **la pared** una fuerza igual y contraria.

Podés comprobar lo que plantea este problema yendo a dar una vuelta en colectivo. Pero todo lo que tenés que entender con este ejemplo es que un tipo que va en un colectivo, efectivamente se siente tirado hacia afuera, <u>pero la fuerza que sobre **él** actúa, apunta hacia adentro.</u>

<u>Ejemplo 2</u>

Un señor revolea una piedra en un plano vertical haciéndola dar 1 vuelta por segundo. Calcular:

a) - La tensión de la cuerda cuando la piedra está en la parte de arriba.
b) - La tensión en la cuerda cuando la piedra está en la parte de abajo.
c) - ¿ Cuál es la velocidad de rotación mínima para que la piedra pueda girar sin que la cuerda se afloje ? Datos: m_P = 100 gr , R_{hilo} = 1 m.

Dibujemos al hombre revoleando la piedra :

$f = \frac{1 \text{ vuelta}}{\text{seg}}$

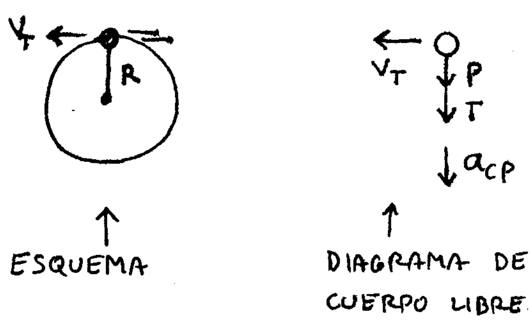
$m = 0,1$ Kg

$R = 1$ m.

← EL TIPO HACE GIRAR LA PIEDRA

Para saber cuánto vale la tensión en la cuerda tengo que hacer el diagrama de cuerpo libre. Vamos primero a la parte de arriba.

a) Tensión en la parte superior.



$$\Sigma F_{\text{EN DIR. RADIAL}} = m \cdot a_{cp}$$

$$P + T = m\ a_{cp}$$

↑
ECUACIÓN DE NEWTON

Fijate que sobre el cuerpo actúan 2 fuerzas: el peso y la tensión de la cuerda.
A ver, ¿ Cuál de las dos es la centrípeta ?

Pensemos un poco. Fijate . En realidad ninguna de las dos por sí sola es la fuerza centrípeta. <u>**LA SUMA DE LAS 2**</u> es la fuerza centrípeta. La fuerza centrípeta es siempre la resultante (= la suma) de las fuerzas que actúan en la dirección del radio.

Entonces, despejando T de la ecuación $P + T = m \cdot a_{CP}$:

$$T = m.a_{CP} - P$$

$$\Rightarrow \quad T = m \cdot \omega^2 \cdot R - m.g$$

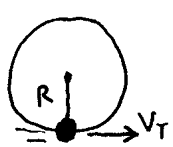
Me dicen que la piedra da 1 vuelta por segundo. Eso quiere decir que la frecuencia vale $f = 1 \times 1/seg$. Como $\omega = 2\pi f$, la velocidad angular será $\omega = 2\pi\ (1/seg)$. La masa de la piedra es 0,1 Kg, el radio de la trayectoria es 1m. Si tomo $g = 10 m/s^2$ me queda:

$$T = 0{,}1\ Kg \cdot \left(2\pi \cdot \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 1\ m - 0{,}1\ Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}$$

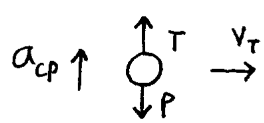
$$\Rightarrow T = 2{,}94\ N \qquad \leftarrow \text{Tensión cuando la piedra está arriba.}$$

b) Tensión en la parte inferior.

Cuando la piedra pasa por la parte de abajo el asunto queda así:



ESQUEMA



DIAGRAMA

$$T - P = m.\ a_{cp}$$

ECUACIÓN DE NEWTON.

Despejando T y haciendo las cuentas con los datos anteriores:

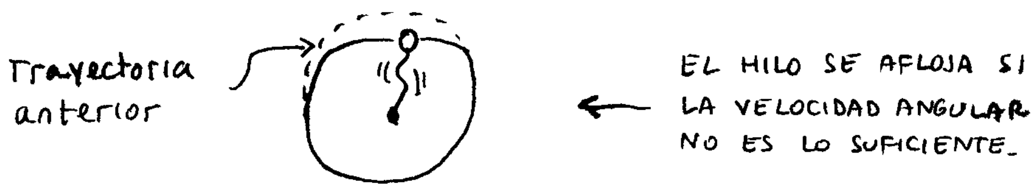
$$T = m \cdot a_{CP} + P$$

Esta cuenta es la misma que hice para el punto a) pero tengo que sumar el peso en vez de restarlo. Eso da:

$$T_{ABAJO} = 4{,}94\ N \qquad \leftarrow \text{Tensión en la parte de abajo}$$

c) - Velocidad angular mínima para que la cuerda no se afloje.

Bueno, esta es la pregunta del millón. Acá hay que pensar. Fijate. Si el tipo empieza a revolear la piedra más despacio, va a haber un momento en que, al llegar a la parte de arriba, el hilo va a dejar de estar tenso. Es decir, pasaría esto:



La tensión en el punto **a)** me dio 2,94 N. Si ω empieza a disminuir, la tensión también va a disminuir. Va a llegar un momento en que la tensión va a ser **cero**. Eso es lo que estoy buscando. En ese momento la cuerda se va a empezar a aflojar. Entonces lo que tengo que hacer es agarrar la ecuación que puse para el caso a), poner $T = 0$ y despejar la velocidad angular. Vamos :

La ecuación para la piedra en la parte de arriba era:

$$P + T = m.a_{CP}$$

Pero como T vale cero: $\Rightarrow$ $P = m.a_{CP}$

Ahora, P es mg, y la aceleración centrípeta es $\omega^2 \cdot R$, entonces:

$$\cancel{m}\,g = \cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \qquad \Rightarrow \omega_{MÍN} = \sqrt{\frac{10\,m/s}{1m}}$$

$$\Rightarrow \underline{\omega_{MÍN} = 3{,}16\,\frac{rad}{seg}} \qquad \leftarrow \text{Velocidad angular de la piedra.}$$

Esta es la velocidad angular mínima que tiene que tener la piedra para que la cuerda no se afloje cuando la cosa llegue a la parte de arriba. Pasando esto a vueltas por segundos:

$$\omega = 2\pi \cdot f \qquad \Rightarrow \qquad f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \Rightarrow \qquad f = \frac{3{,}16}{2\pi} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \qquad \underline{f = 0{,}5\,\frac{vueltas}{seg}} \qquad \Leftarrow$$

FRECUENCIA MINIMA PARA QUE LA CUERDA NO SE AFLOJE CUANDO LA PIEDRA LLEGA ARRIBA.

Atención con este problema. Es importante y suelen tomar cosas de este estilo.

Ejemplo 3 :

UN AUTO DE 1000 kg TOMA UNA CURVA DE 200 m DE RADIO CON VELOCIDAD 20 m/s CALCULAR :

a) - EL VALOR DE LA FUERZA CENTRÍPETA.
b) - EL MÍMIMO VALOR DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO PARA QUE ESO SEA POSIBLE. INDICAR SI ES ESTÁTICO O DINÁMICO.

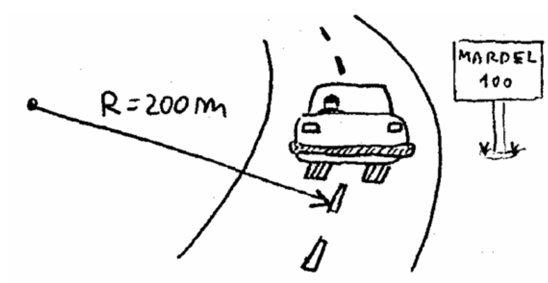
a) Calculo el valor de la fuerza centrípeta: $F_{CP} = m \, .a_{CP}$ ➔

$$F_{CP} = \frac{m \, . \, V_{tg}^{\;2}}{R}$$

➔ $F_{CP} = 1.000 \text{ kg} \times (20 \text{ m/s})^2 / 200 \text{ m}$

➔ $\underline{F_{CP} = 2.000 \text{ N}}$

b) – El auto puede doblar porque hay rozamiento. Debido al rozamiento el auto tiene con qué agarrarse al piso. Si no hubiera rozamiento, el auto no doblaría aunque el tipo moviera el volante. (Imaginate un auto que va por una pista de hielo súper resbaloso). El auto seguiría derecho pero con las ruedas torcidas. (Eehhm.. Esto hay que pensarlo un poquito. Tenés que tratar de imaginártelo). Quiere decir que la situación que tengo es esta:



ESQUEMA

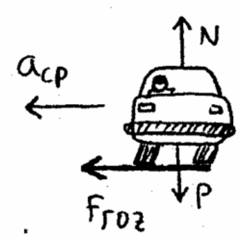
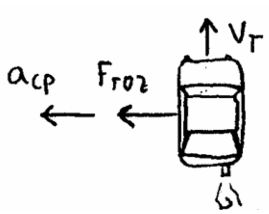


DIAGRAMA DE C. LIBRE VISTO DESDE ATRÁS.

También puedo hacer el diagrama de cuerpo libre visto desde arriba. Sería una cosa así:



$$F_{roz} = m \, . \, a_{cp}$$

← DIAGRAMA DE C. LIBRE VISTO DE ARRIBA Y ECUACIÓN DE NEWTON

Ahora, fuerza de rozamiento hay... Pero... ¿ Es estática o dinámica ?

Rta: La fuerza de rozamiento que está actuando es ESTATICA.
¿ Por qué ?
Bueno, esto es un poco difícil de ver. Pese a que el tipo se está moviendo, las ruedas $\boxed{\text{NO}}$ patinan sobre el piso. El auto no avanza derrapando. Quiere decir que NO HAY DESLIZAMIENTO RELATIVO ENTRE LAS RUEDAS Y EL PISO.

La fuerza de rozamiento en este caso es la fuerza centrípeta. Vale lo mismo que lo que calculé en el punto a), es decir, 2.000 Newton. Entonces puedo plantear que :

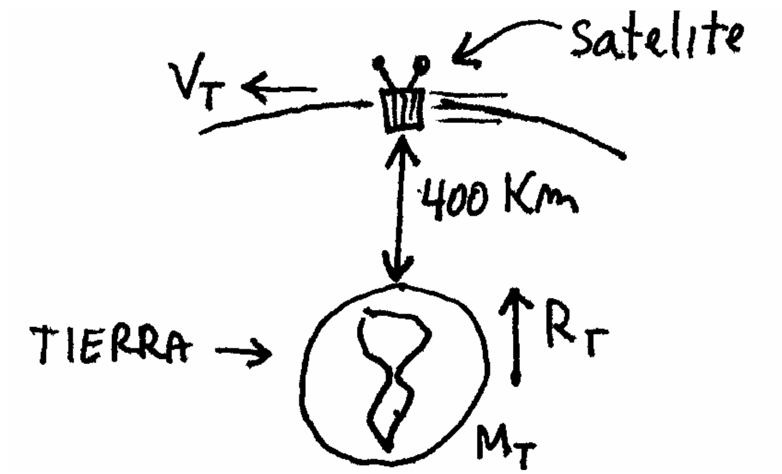
$$F_{roz_E} = 2000\ N \Rightarrow \mu_e \cdot N = 2000\ N$$

$$\Rightarrow \mu_e \cdot 10.000\ N = 2000\ N$$

$$\Rightarrow \underline{\mu_e = 0{,}2} \quad \leftarrow \text{COEFICIENTE DE ROZ. P/ QUE SE CUMPLA LO PEDIDO}$$

Atención: Este es el <u>MÍNIMO</u> valor de Mu para que el auto no patine. Con cualquier valor mayor a 0,2 el auto tampoco se iría de la pista.

GRAVITACIÓN



$$F_{atr} = G \frac{m_S \cdot M_T}{d_{T-S}^2}$$

FUERZA DE ATRACCIÓN ENTRE LA TIERRA Y EL SATELITE

$$\frac{T_1^2}{d_1^3} = \frac{T_2^2}{d_2^3}$$

LEY DE KEPLER

GRAVITACIÓN

Cuando estábamos viendo cinemática, te comenté que todos los cuerpos caían con la aceleración de la gravedad. Sin embargo en ningún momento expliqué **de donde venía** esa aceleración.
Cuando estábamos viendo dinámica, te dije que en realidad la aceleración de la gravedad era provocada por la fuerza PESO. Sin embargo, en ningún momento expliqué **de dónde** venía la fuerza peso.
Como ahora estamos en gravitación, puedo aclararte un poco el asunto: la fuerza peso aparece porque la Tierra atrae a los objetos. Digamos que toda la Tierra se comporta como una especie de imán.

Ahora, pregunta: ¿ por qué la tierra atrae a las cosas ?
Rta: bueno, acá llegamos a un problema sin respuesta. La pregunta de por qué la Tierra atrae a los objetos no se puede contestar. O si querés, la respuesta es: porque así es el universo. Se pueden hacer experimentos y **verificar** que efectivamente, la Tierra atrae a los cuerpos. Pero no hay explicación de por qué los atrae. Eso sigue siendo un misterio.

TODO OBJETO ATRAE A TODO OTRO OBJETO

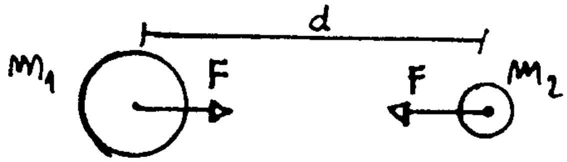
En 1665 empezó una epidemia en Inglaterra. Newton que andaba por ahí, se encerró en su casa a estudiar este asunto de la gravitación. Supongo que conocerás toda la historia de la manzana y todo eso. La pregunta principal era si la Tierra atraía solo a su manzana o si atraía a cualquier objeto. Y otra pregunta era si la manzana también atraía a la Tierra.

El amigo Isaac pensó y pensó y llegó a la siguiente conclusión: La Tierra atraía a la manzana. Correcto. Pero la manzana también atraía a la Tierra. Esto tenía que ser así por acción y reacción. Es mas, en realidad Newton descubrió que **todo cuerpo del universo atraía a todo otro cuerpo del universo.**

Después haciendo experimentos y cálculos llegó a la conclusión de que toda cosa que tuviera masa atraía a toda otra cosa que tuviera masa. Esa atracción entre los cuerpos era producida por una fuerza que dependía de la distancia que separaba a los cuerpos y de las masas de los cuerpos.

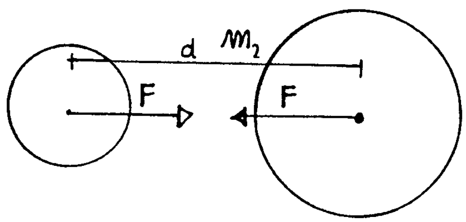
Resumiendo:
Entre 2 objetos cualesquiera existe una fuerza de atracción. Es decir, que entre vos y este papel hay una fuerza de atracción, entre vos y la pirámide de Keops también. De la misma manera, vos en este momento estás atrayendo al planeta Tierra, a la Luna, al sol

y a las estrellas. Incluso me estás atrayendo a mí, dondequiera que yo esté. A su vez, cada uno de estos cuerpos ejerce sobre vos una fuerza exactamente igual (y opuesta) a la que ejercés vos sobre él.



FUERZA DE ATRACCIÓN DE NEWTON

Cuanto mayor son las masas, mayor es la fuerza de atracción entre ellas. Cuanto <u>mayor</u> es la distancia, <u>menor</u> es la fuerza de atracción.

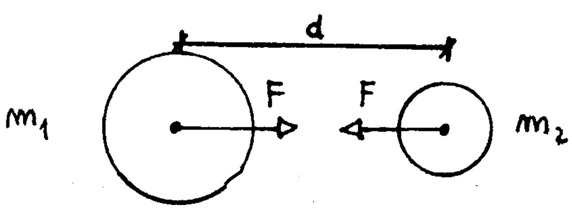


SI LAS MASAS SON GRANDES, LA FUERZA DE ATRACCIÓN ES GRANDE.

Newton resumió todos estos experimentos en una tremenda ley llamada **Ley de Gravitación Universal**. (Ídolo Isaac!). Entonces, título:

<u>LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL</u> ← IMPORTANTE

Supongamos que tengo 2 objetos de masas m_1 y m_2 separados por cierta distancia <u>**d**</u> .



← Dos objetos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia <u>**d.**</u>

Entre estos cuerpos aparecerá una fuerza de atracción que vale:

$$\boxed{F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}}$$

LEY DE NEWTON DE GRAVITACION UNIVERSAL.

En esta fórmula, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos. Van en kg. A la distancia que los separa la llamo d. Va en metros. Esta distancia d se mide desde el centro de un cuerpo al centro del otro cuerpo y va en la formula al^2.

Ahora vamos al asunto de la G. La letra **G** representa a una constante. Se la llama constante de gravitación universal de Newton. El valor de G se determinó haciendo mediciones y experimentos. El valor que usamos para resolver los problemas es

$$\boxed{G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}} \Leftarrow$$

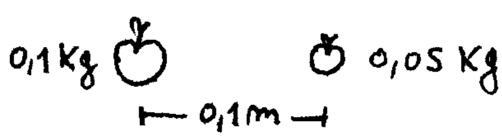
VALOR DE G, CONSTANTE DE GRAVITACION UNIVERSAL

Fijate que G tiene unidades de fuerza multiplicadas por unidades de distancia al cuadrado divididas por unidades de masa al ^{2}. Esto es así para que al multiplicar G por $m_1.m_2 / d^2$ la fuerza me dé en Newtons.

Un ejemplo :

CALCULAR CON QUÉ FUERZA SE ATRAEN DOS MANZANAS DE 50 gr Y 100 gr SEPARADAS UNA DISTANCIA DE 10 cm.
¿ QUÉ DISTANCIA RECORRERÍA LA MANZANA GRANDE EN UNA HORA SI SU ACELERACIÓN FUERA CONSTANTE Y NO HUBIERA ROZAMIENTO ?

Aplico la Ley de Newton para saber cuál es la fuerza de atracción entre las manzanas. Me dan las masas y me dan la distancia. Hagamos primero un dibujito :



$$F_{AT} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{{R_P}^2}$$

$$\Rightarrow F = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{0{,}1 Kg \cdot 0{,}05\, Kg}{(\,0{,}1\, m\,)^2}$$

$$\underline{F = 3{,}3 \times 10^{-11}\ N} \Leftarrow$$

FUERZA DE ATRACCION

¡ Fijate que esta fuerza es muy chica ! Vale 0,0000000000033 Kgf. En la práctica sería imposible medir una fuerza así. Probablemente sea mayor la fuerza del viento sobre tu cara que hace un mosquito volando a 100 metros.

Para calcular la distancia recorrida por la manzana grande en una hora, calculo su aceleración:

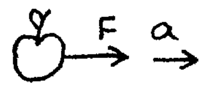


Diagrama de cuerpo libre.

$$F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad F = 3{,}3 \cdot 10^{-11} N = 0{,}1\ Kg \cdot a$$

$$3{,}3 \cdot 10^{-11} N = 0{,}1\ Kg \cdot a$$

$$\Rightarrow \underline{a = 3{,}3 \cdot 10^{-10}\ \frac{m}{s^2}}$$

Si esta aceleración fuera constante y no hubiera rozamiento, en una hora (3600 seg) la manzana recorrería una distancia que valdría:

$$x = \tfrac{1}{2} a\ t^2 = \tfrac{1}{2} 3{,}3 \times 10^{-10}\ m/s^2 \left(3600\, s\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad x = 0{,}002\ m$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = 2\ mm}$$

Distancia recorrida por la manzana en una hora.

La idea de este problema era que notaras lo chiquititas que son las fuerzas que aparecen para objetos de tamaño normal.
¿ Lo notaste, no ?

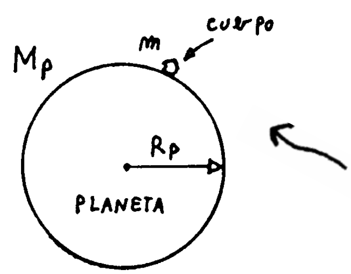
LA ECUACION $g_{SUP} \cdot R_T^2 = G \cdot M_T$ ← LEER

Voy a deducir ahora una fórmula que no es muy conocida. No es muy conocida pero es una ecuación que se usa bastante en los problemas. Es más, ha salvado numerosas vidas en parciales y finales. Tenela anotada por ahí. La fórmula es $g_{sup} \cdot R_T^2 = G \cdot M_T$. La voy a deducir con un ejemplo:

Problema :

CALCULAR LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE UN PLANETA CONOCIENDO LA MASA DEL PLANETA M_P Y SU RADIO R_p.

Imaginate un cuerpo de masa m colocado sobre la superficie de un planeta cualquiera.



UN CUERPO APOYADO SOBRE LA SUPERFICIE DE UN PLANETA.

El peso del objeto vale: $P = m \cdot g_{SUP}$. Cuando digo g_{SUP} me refiero al valor de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. Ahora, la fuerza peso es la fuerza con la que el planeta atrae al cuerpo. Según la ley de Newton de atracción de las masas, esa fuerza vale:

$$F_{AT} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

La fuerza de atracción es también el peso que vale m.g. Entonces igualo la fuerza de atracción con m.g.

$$P = m \cdot g_{SUP} \qquad \text{y} \qquad F_{\text{Atracción}} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

Me queda:

$$m \cdot g_{SUP} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

Simplifico la masa del cuerpo:

$$\Rightarrow \quad g_{SUP} \times {R_P}^2 = G \times M_P$$

Conclusión, me queda la fórmula a la que quería llegar. Aclaremos un poco qué es cada cosa. Fijate:

$$\boxed{g_{SUP} \cdot {R_P}^2 = G \cdot M_P}$$

Gravedad en la superficie del planeta

Radio del Planeta al^2

Cte. de Grav. Universal

Masa del planeta.

Esta ecuación se puede usar para cualquier planeta. Por ejemplo, La Tierra. Ojo, esta fórmula **no es una ley nueva**. Es solamente otra manera de expresar la ley de Newton. Fijate que en esta ecuación figura el valor de la gravedad en la superficie de un planeta. La gravedad en la superficie es un dato que muchas veces se conoce. Por ejemplo, en la superficie de La Tierra la gravedad es 10 m/s^2.

EJEMPLO:

CALCULAR EL VALOR DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE LA LUNA.
Datos: Masa de la Luna = 7,3 x 10^{22} Kg. Radio de la Luna = 1.720 Km.

Despejo g_{SUP} de la fórmula $g_{sup} . {R_L}^2 = G . M_L$ y me queda:

$$g_{SUP\,LUNA} = G \cdot \frac{M_L}{{R_L}^2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad g_{SUP\,LUNA} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7{,}3 \cdot 10^{22}\,Kg}{(1720000)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{g_{SUP\,LUNA} = 1{,}65 \frac{m}{s^2}} \quad \Leftarrow$$

GRAVEDAD EN LA SUP. DE LA LUNA

Este valor de aceleración es unas 6 veces menor que la gravedad en la Tierra. Por lo tanto, un tipo en la luna pesa 6 veces menos que en La Tierra. Si tu masa es de 60 Kg, pesás 60 Kgf acá en la Tierra, y 10 kilogramos fuerza allá en la Luna.

ALGUNAS ACLARACIONES SOBRE LA LEY DE GRAVITACIÓN

* Si los objetos que tenés son chicos, las fuerzas de atracción son chicas y es difícil detectarlas. Por ejemplo la fuerza de atracción entre este libro y vos es de aproximadamente 0,0000000001 Kgf. La fuerza con la que se atraen dos personas separadas 1 metro es aproximadamente 0,000000024 Kgf .

* La ley de gravitación es universal, se cumple en todo instante en cualquier lugar del universo. Los planetas giran alrededor del sol siguiendo esta ley. Se comprobó también que el asunto se cumple para estrellas que están a miles de años luz de distancia.

* La fuerza peso es la fuerza con la cual la Tierra y un objeto se atraen. Si vos te alejás de la Tierra, esa fuerza empieza a disminuir. Por eso es que la gravedad disminuye con la altura. Si en la superficie de la Tierra la gravedad vale 9,8 m/s^2, arriba del Aconcagua va a valer algo así como 9,78 m/s^2.

* Las fuerzas que cada cuerpo ejerce sobre el otro son acción-reacción. O sea, **son iguales y de sentido contrario**. Es decir, la Tierra atrae a la Luna haciendo una fuerza sobre la Luna. A su vez, La Luna hace sobre La Tierra una fuerza que vale lo mismo pero apunta para el otro lado. Las 2 fuerzas son iguales en módulo.

* Cuando digo "distancia de separación entre dos cuerpos", me refiero a la distancia que va del centro del cuerpo 1 al centro de gravedad del cuerpo 2. Por ejemplo, cuando hablo de la distancia entre la Tierra y la Luna, me refiero a la distancia que va del centro de la Tierra al centro de la Luna.

* Newton nunca pudo ver del todo su fórmula hecha realidad. O sea, la fórmula estaba bien. El asunto es que Newton no sabía cuánto valía la constante G. La constante G la midió Cavendish muchos años después. Esa fue la genialidad de Cavendish: Medir G. Una vez que uno conoce la constante G, puede calcular lo que quiera.

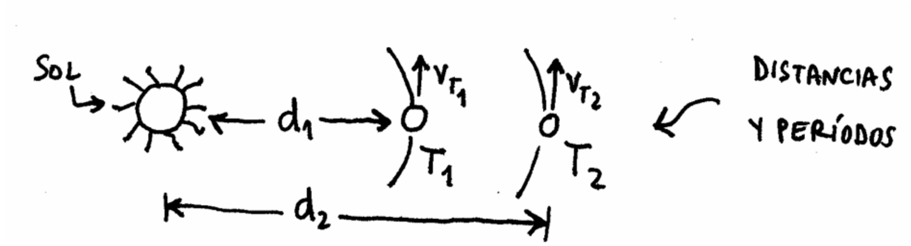
LEY DE KEPLER ← VER

La ley de Kepler relaciona la distancia de un planeta al sol con su período de rotación. También se puede usar para un satélite que está orbitando la Tierra. Se la suele llamar " Ley cuadrado – cúbica ". Lo que dice la ley de Kepler es que para un planeta cualquiera orbitando alrededor del sol se cumple la relación T^2 / d^3 = Cte.

$$\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = cte \quad \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

Esta ecuación en realidad vale para cualquier cosa que esté orbitando alrededor de cualquier otra cosa. Por ejemplo, la Ley de Kepler se puede usar también para un satélite que está orbitando alrededor de la Tierra.

Quiero que veas varias maneras diferentes de poner la Ley de Kepler. Suponé dos planetas distintos que orbitan alrededor del sol a distancias d_1 y d_2 y con períodos T_1 y T_2



La constante de esta ecuación es el valor $4.\pi^2 / G.\ M_T$. Es decir que el asunto queda así :

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.\ M_T}$$

También podés reemplazar $G\ .\ M_T$ por $g_{sup} . R_T^2$. En ese caso la ley de Kepler te queda :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g_{sup} . R_T^2} \times d_{T-S}^3$$

O directamente si relacionás los períodos y las distancias para los 2 planetas queda :

$$\frac{T_1^2}{d_1^3} = cte \quad \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 1}$$

$$y \quad \frac{T_2^{\,2}}{d_2^{\,3}} = cte \quad \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 2}$$

$$\boxed{\frac{T_1^{\,2}}{d_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{d_2^{\,3}}} \quad \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

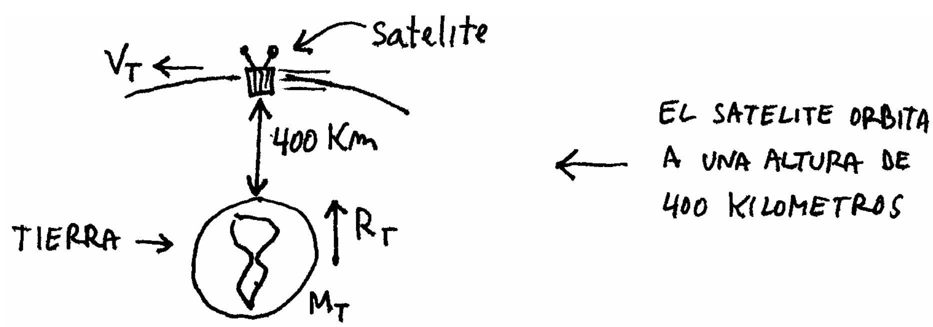
La deducción de esta ley es un poco larga. Sin embargo conviene saberla. La voy a hacer ahora al resolver el siguiente ejercicio :

PROBLEMA

LOS SATÉLITES DE COMUNICACIONES TIENE ÓRBITAS APROXIMADAMENTE CIRCULARES A 400 km DE LA SUPERFICIE TERRESTRE.
¿CUAL ES SU PERÍODO?

DATOS:
RADIO DE LA TIERRA ≈ 6360 km. GRAVEDAD DE LA SUPERFICIE: $|g_0|$=9,8 m/s^2.

Lo que pregunta el problema es cuánto tarda en dar una vuelta a la Tierra un objeto que está en órbita a 400 km de altura. Voy a hacer un dibujito:



Planteo ley de Newton de atracción de masas entre La Tierra y el satélite. Me queda:

$$F_{atr} = G\,\frac{m_S \cdot M_T}{d_{T\text{-}S}^{\,2}}$$

En esta ecuación $d_{T\text{-}S}$ es la distancia Tierra-Satélite que vale R_T + 400 km. La fuerza de atracción vale $m_s \cdot a_{cp}$. Entonces:

$$\cancel{m_S} \cdot a_{cp} = G \cdot \frac{\cancel{m_S} \cdot M_T}{d_{T\text{-}S}^{\,2}}$$

La a_{cp} es la aceleración centrípeta que tiene el satélite a 400 km de altura. Puedo reemplazarla por $a_{cp} = \omega^2 . R$. Pero ojo, en este caso la distancia "R" ahora es d_{T-S}. Entonces:

$$\omega^2 . d_{T-S} = \frac{G . M_T}{d_{TS}^2}$$

La velocidad angular omega la puedo poner como $2\pi/T$. Y ω^2 me va a quedar $4\pi^2/T^2$. Reemplazo:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G\ M_T}{d_{T-S}^3} \leftarrow \underline{\text{VER}}$$

Fijate que la distancia Tierra-satélite quedó al^3 porque pasé dividiendo la d_{T-S} que tenía del otro lado de la ecuación. Despejando el período:

$$\boxed{\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = \frac{4\pi^2}{G . M_T}} \leftarrow$$

RELACIÓN ENTRE EL PERIODO DE ROTACION Y LA DISTANCIA AL CENTRO DE LA TIERRA

Recuadré esta expresión porque es importante. Y es importante por lo siguiente: El valor $4\pi^2/G.M_T$ es una constante. Es decir, yo podría poner todo el choclazo anterior así:

$$\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = cte$$

La cuestión ahora es esta: La fórmula T^2/d^3 = cte relaciona la distancia al centro de un planeta de algo que está en órbita con su período de rotación. Esto se puede hacer para cualquier distancia. Incluso el planeta no tiene que ser La Tierra. Puede ser Marte y una de sus lunas girando alrededor o puede ser el Sol y cualquiera de los planetas. Quiere decir que yo puedo plantear esta fórmula para 2 planetas que están en órbita alrededor del sol y relacionar sus períodos y sus distancias de esta manera:

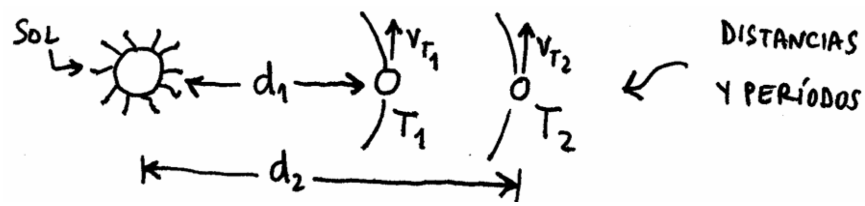
$$\frac{T_1^2}{d_1^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 1}$$

$$\text{y} \quad \frac{T_2^2}{d_2^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 2}$$

Como la constante es la misma para los 2 planetas, puedo igualar las 2 ecuaciones y me queda:

$$\boxed{\frac{T_1^{\,2}}{d_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{d_2^{\,3}}} \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

Esta fórmula es lo que se llama Ley de Kepler. Es muy importante porque relaciona los períodos de rotación con la distancia entre el planeta y el sol.



La Ley de Kepler es una fórmula media rara que la gente no conoce muy bien. Pero tenela anotada por ahí. Ha salvado a muchos chicos en parciales y finales.

Voy a resolver ahora lo que pedía el ejercicio. Me piden cual es el período de un satélite que orbita a 400 km sobre la superficie terrestre. Entonces planteo la Ley de Kepler y me queda:

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\,\pi^2}{G.\,M_T}$$

El valor $G\,.\,M_T$ no lo tengo. (No conozco la masa de La Tierra). Pero puedo usar el truco de poner que $g_{sup}\,.\,R_T^{\,2} = G.M_T$. Entonces reemplazo, despejo el período y me queda el siguiente choclazo:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g_{sup}.\,R_T^2} \times d_{T\text{-}S}^{\,3}$$

Reemplazo por los valores que me dan:

$$T^2 = \frac{4\,\pi^2}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}\cdot(6360\text{ Km})^2} \times (6360\text{ Km} + 400\text{ Km})^3$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4.\,\pi^2}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}} \times 7637\text{ Km}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{9{,}8\ m/s^2} \times 7.637.000\ m$$

$$\Rightarrow T = 5546\ Seg$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 1{,}54\ hs} \longleftarrow \text{PERÍODO DE ROTACIÓN}$$

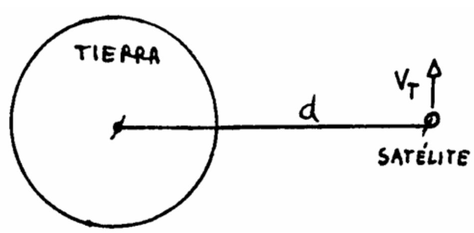
Este es el período de rotación que tiene una cosa que orbita a 400 km de La tierra. Fijate que el período es independiente de la masa. Cualquier cosa que pongas a esa altura sobre la superficie de La Tierra va a tener el mismo período de rotación.

OTRO EJEMPLO

SE QUIERE PONER EN ÓRBITA UN SATÉLITE DE COMUNICACIONES QUE PAREZCA "FIJO" SOBRE UN PUNTO DEL ECUADOR TERRESTRE.
¿ A QUÉ ALTURA CONSTANTE SOBRE LA SUPERFICIE DE NUESTRO PLANETA DEBERÁ SITUARSE ?

DATO: RADIO DE LA TIERRA: 6360 KM.

Lo que el problema pregunta es a que altura sobre la Tierra hay que poner un satélite para que de una vuelta en 24hs. Aparentemente uno podría decir: yo lo pongo a la altura que quiero y le doy la velocidad angular que quiero. Atento. Esto no se puede hacer. Sólo hay una determinada distancia a la que se puede poner el satélite para que se cumpla lo que me piden. Si la distancia es menor, el satélite va a ser atraído por la Tierra. (se cae). Si la distancia es mayor, se va a alejar y no va a volver más. Ojo, esto no lo digo yo, esto lo dicen las ecuaciones. Hagamos un dibujito. Fijate:



Voy a suponer que el satélite está a una distancia d del centro de la Tierra, girando con una velocidad angular de una vuelta por día. En ese caso su período es de 24 hs = 86.400seg. Para calcular lo que me piden puedo aplicar la Ley de Kepler:

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

Si cambio G. M_T por $g_{sup} \times R_T^{\,2}$ y despejo la distancia me queda:

$$d^3 = \frac{g_{sup.} \cdot R_T^2}{4\pi^2} \cdot T^2$$

Reemplazo por los datos y me queda el siguiente choclazo:

$$d^3 = \frac{10\ \mathrm{m/s} \cdot (6.360.000\ \mathrm{m})^2}{4\pi^2} \cdot (24 \times 3600\ \mathrm{s})^2$$

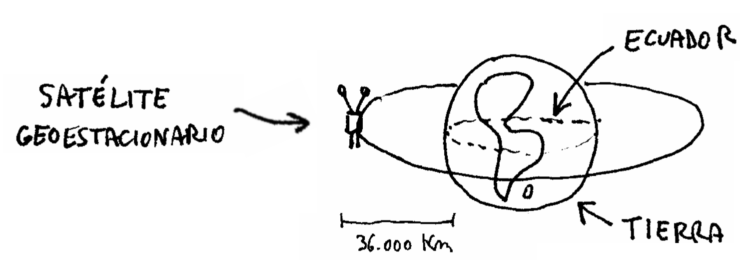
$$d = 42.448.334\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 42.448\ \mathrm{Km}} \leftarrow$$ DISTANCIA DESDE EL CENTRO DE LA TIERRA

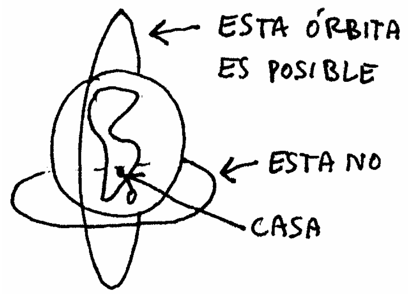
Si le resto el radio de la Tierra, tengo la altura medida desde la superficie. Eso me da: 42.448km – 6.360km

$$\boxed{d = 36.088\ \mathrm{Km}} \leftarrow$$ ALTURA DESDE LA SUP. DE LA TIERRA

Cualquier cosa puesta a 36 mil km de altura desde la superficie de La tierra va a dar una vuelta en 24 hs. Es decir, siempre va a estar arriba de un punto fijo sobre la superficie. Esto es muy importante para los militares, que a veces quieren observar dia y noche lo que pasa exactamente en un determinado lugar de La Tierra. Por ejemplo, un lugar donde se sospecha que hay bases de misiles o cosas así. Por este motivo, la altura 36.000 km está saturada de satélites. A estos satélites se los llama " satélites Geoestacionarios "

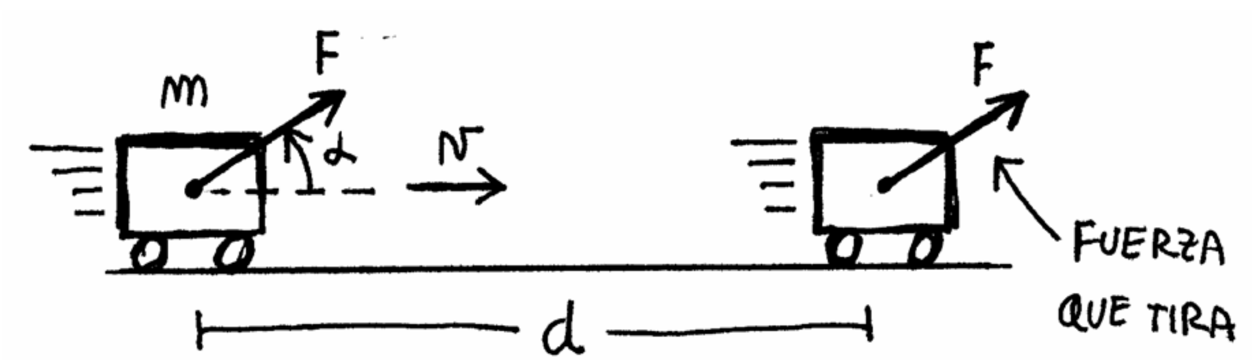


Importante: Fijate que para que lo que pide el problema sea posible, el lugar a observar **tiene que estar sobre el ecuador**. Las cosas en órbita siempre dan vuelta alrededor de algún diámetro ecuatorial. Un satélite no puede orbitar más abajo o más arriba del ecuador. O sea, podría orbitar siguiendo algún meridiano, pero entonces la observación de un determinado punto sobre la superficie no se podría hacer 24 hs al dia.



Fin Gravitación

TRABAJO Y ENERGIA



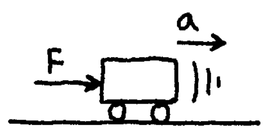
$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

- L: Trabajo de la Fuerza
- F: FUERZA (Newton)
- d: DISTANCIA RECORRIDA
- α: ÁNGULO FORMADO POR F y V

TRABAJO Y ENERGIA

Trabajo de una fuerza

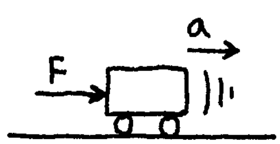
Uno suele pensar que una fuerza es la acción que uno ejerce con la mano al tirar o empujar una cosa. Por ejemplo, uno hace fuerza con la mano al empujar un auto. Esto no está mal, pero esta visión a veces complica el asunto. Para la física una fuerza es una cosa que empuja y hace acelerar a los objetos. Entonces conviene que te imagines una fuerza como " la acción que ejerce una cañita voladora ". Lo que quiero decir es que:



← La mejor manera de entender este dibujo...

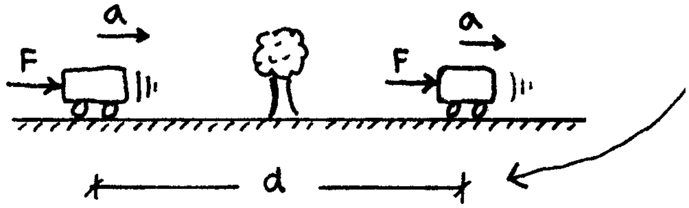
← ... es pensarlo así.

O sea, reemplazo la fuerza que empuja por la acción de la cañita voladora. Ahora vamos a esto: Imaginate un cuerpo que es empujado por una fuerza F. Por ejemplo, podría ser un carrito de supermercado.



UN CARRITO QUE ESTÁ SIENDO EMPUJADO POR UNA FUERZA **EFE .**

¿ Quien empuja el carrito ? <u>Rta</u> : No importa. No sé. Alguien. Una fuerza <u>eFe</u>. Podrías ser vos, por ejemplo. Ahora quiero que te imagines que bajo la acción de esta fuerza el cochecito recorre una distancia <u>d</u>.



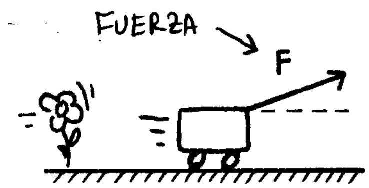
Esta es la distancia recorrida por la acción de la fuerza.

Durante todo el trayecto <u>F</u> se mantiene constante y el carrito va acelerando.

Ellos dicen que la fuerza hace un trabajo al moverse la distancia **d**. Al trabajo se lo suele poner con la letra **L**. Se supone que esta L viene de " Laborum ". (Trabajo en latín o algo así).
El trabajo de una fuerza se calcula con una definición. Esta definición dice: para calcular el trabajo realizado por una fuerza **F** que recorre una distancia **d** hay que hacer la cuenta efe por de. Es decir:

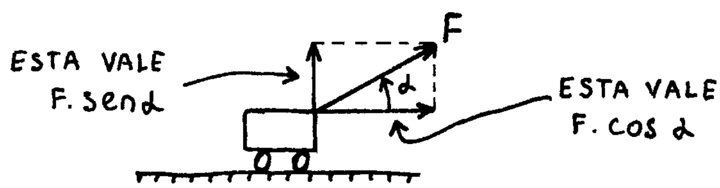
$$L = F.d$$

No recuadres la fórmula L = F.d . Esta no es la ecuación definitiva que usamos para calcular el trabajo realizado por una fuerza. La definición **L = F . d** vale cuando la fuerza se mueve en la misma dirección que la velocidad. Pero podría pasar que la fuerza esté inclinada. Fijate:



⇦ Ahora la fuerza está inclinada.

Lo que hago en este caso es descomponer a **F** en dos direcciones: una así → y otra así ↑. Veamos. Analicemos cuánto valen las componentes de la fuerza F. Si F forma un ángulo alfa con la velocidad, tengo que:



La fuerza así ↑ NO realiza trabajo. El cuerpo no se mueve en la dirección vertical. (No se levanta del piso). La componente que va así → hace trabajo, porque recorre la distancia d. Como esta componente vale F . cos α, el trabajo que realiza vale:

$$L = \underbrace{F \cdot \cos\alpha}_{\text{F horizontal}} \cdot d$$

O, lo que es lo mismo:

$$\boxed{L = F.d.\cos\alpha}$$

⇦ **TRABAJO DE UNA FUERZA.**

Trabajo de la Fuerza — FUERZA (Newton) — DISTANCIA RECORRIDA — ÁNGULO FORMADO POR F y V

Atento. Esta es la hiper-archiconocida expresión que da el trabajo realizado por una fuerza efe. En esta fórmula :

* **F** es la fuerza que actúa
* **d** es la distancia que recorre la fuerza.
* **Alfa** (**IMPORTANTE**) es el ángulo formado por la fuerza y la velocidad v.

Ahora, fijate esto. El cuerpo se mueve una distancia **d**. Esta **d** apunta para donde se está moviendo el cuerpo. O sea, **d** siempre apunta para donde va la velocidad. Entonces, aprendete esta conclusión que es muy importante:

EL ANGULO ALFA QUE VA EN LA FORMULA $L = F.d.\cos\alpha$ ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA DISTANCIA d.

ESTO ES LO MISMO QUE DECIR QUE ALFA ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA VELOCIDAD QUE TIENE EL CUERPO.

← IMPORTANTE

¿ EN QUÉ SE MIDE EL TRABAJO DE UNA FUERZA ?

El trabajo es F por d, de manera que **L** se medirá en unidades de Fuerza × unidades de distancia. La fuerza la pongo siempre en Newton. A la distancia la pongo en metros. Así que las unidades de trabajo que más se usan son:

$$[L] = N \times m \qquad \leftarrow \quad \text{Joule}$$

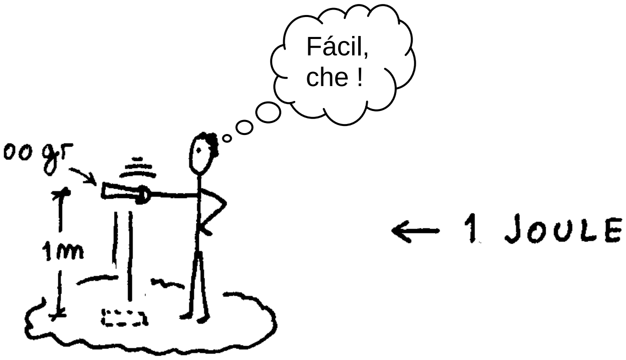
A veces también se pone la fuerza en Kilogramos-fuerza. Entonces usa la unidad " Kilográmetro ":

$$[L] = Kgf \times m \qquad \leftarrow \text{Kilográmetro}$$

El Kilográmetro se usa poco. Pero de todas maneras sabelo porque lo podés llegar a ver por ahí. Como 1 Kilogramo fuerza son 9,8 Newton, 1 Kilográmetro equivaldrá a 9,8 Joule.

Pregunta: ¿ Qué tan grande es un trabajo de 1 joule en la vida real ?
Rta: Bueno, 1 Joule es el trabajo que realiza una fuerza de 1 Newton cuando se desplaza 1 metro. Como 1 N son más o menos 0,1 kilogramos fuerza, si vos tenés algo que pese 100 gramos y lo elevás a 1 m de altura, el L que realizaste vale 1 Joule.

En la práctica una calculadora pesa más o menos 100 gramos. Entonces al levantar una calculadora a una altura de 1 metro, estás haciendo un trabajo aproximado de 1 Joule.

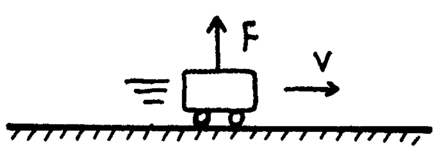


ALGUNAS ACLARACIONES (Leer)

* La fuerza es un vector. De manera que daría la impresión de que el producto F.d también tendría que ser un vector. Sin embargo el trabajo **no es un vector**. El trabajo de una fuerza no apunta para ningún lado. L no tiene dirección, ni sentido, ni módulo, ni nada de eso. No puedo explicarte por qué esto es así. Por ahora tomalo como que es así. Repito, el trabajo de una fuerza NO es un vector. Es un escalar. (Escalar significa un número con una unidad)

* Sólo puede haber L cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta **no puede realizar trabajo**.

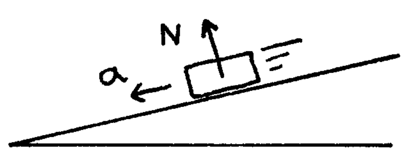
* Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando se están moviendo. Es el caso de las fuerzas que se trasladan en forma perpendicular a la trayectoria.



← F no hace trabajo.

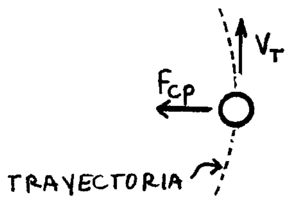
Esto podés entenderlo viendo que en realidad, F no se está moviendo en la dirección vertical. No hay distancia recorrida en esa dirección (⇒ no hay L). Visto de otra forma, puedo decir que el ángulo que forma F con d vale 90° y coseno de 90° es cero, así que $F \times d \times \cos 90°$ me da cero.

* Para un cuerpo que cae por un plano inclinado, la normal es ⊥ a la trayectoria. Así que la normal tampoco hace trabajo cuando un cuerpo cae por un plano inclinado.



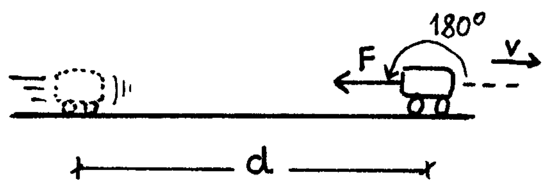
← La normal no hace trabajo en este caso.

Lo mismo pasa con la fuerza centrípeta en el movimiento circular. F_{cp} es todo el tiempo $\perp$ a la trayectoria y <u>no hace trabajo</u>.



← La fuerza centrípeta **NO** hace trabajo.

* Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá →, y la fuerza va para allá ←. Es decir, la fuerza va al revés del Δx.



← F hace trabajo negativo.

Esto se puede entender viendo que el ángulo que forma la fuerza es en realidad 180°. Coseno de 180° es -1, $\Rightarrow$ el producto $F \times d \times \cos 180°$ da con signo negativo .

Ahora, pensemos un poco: ¿ Qué fuerza suele ir al revés de la velocidad ?
<u>**Rta**</u>: El rozamiento. Generalmente F_{roz} apunta al revés de como se está moviendo el cuerpo. Por eso, casi siempre el trabajo de la F_{roz} es **negativo.** Ojo, digo "casi siempre " porque hay casos raros donde el rozamiento apunta para el mismo lado que la velocidad y hace trabajo <u>POSITIVO</u> . (Largo de explicar).

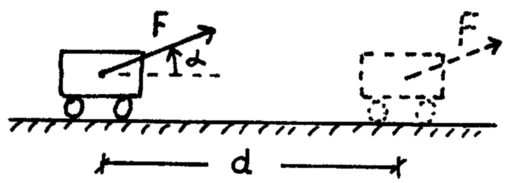
← F_{roz} haciendo trabajo negativo

* Una fuerza puede no ser perpendicular a la velocidad y hacer trabajo CERO. Es el caso de las fuerzas que están quietas, (O sea, no recorren ninguna distancia d).

* Ultima aclaración: La palabra trabajo, en física, no se usa con el mismo sentido que se usa en la vida diaria. Uno puede decir: "Ufff , ¡ sostener esta bolsa me cuesta un trabajo terrible ! " Ojo, ... al sostener un cuerpo hay fuerza aplicada, pero esa fuerza no recorre ninguna distancia **d**... Es decir, no hay trabajo realizado.

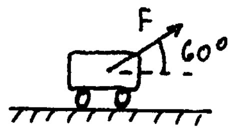
Ejemplo **PARA LOS DISTINTOS VALORES DEL ANGULO ALFA, CALCULAR EL TRABAJO DE LA FUERZA F AL RECORRER LA DISTANCIA d. EN TODOS LOS CASOS F = 10 N Y d = 10 m.**

a) $\alpha = 60°$, b) $\alpha = 60°$ hacia abajo, c) $\alpha = 90°$, d) $\alpha = 180°$.



Lo que hago es aplicar la definición de trabajo de una fuerza en cada uno de los casos. Tengo:

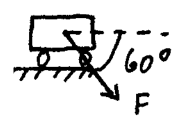
Caso a) Alfa = 60°



$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{\cos 60}_{0{,}5} = 50 \text{ Joule}$$

Caso b) Alfa = 60° con la fuerza apuntando para abajo : ⟶



El ángulo α es siempre el que forma la fuerza F con la distancia d. En este caso α es 60° . Entonces:

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

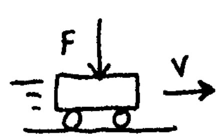
$$\Rightarrow L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \cos 60°$$

$$\boxed{\Rightarrow L = 50 \text{ Joule}}$$

Caso c) Fuerza formando 90°

$$L = F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 90°}_{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 0}$$

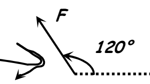


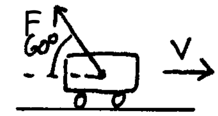
Caso d) $\alpha = 180°$

$$L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1}$$

$$\boxed{\rightarrow \quad L = -100 \text{ Joule}}$$

Inventemos un caso más. Pongamos ahora la Fuerza apuntando de la siguiente manera:
El ángulo que forma la fuerza F es de 120°
Tonces:





$$L = 10\,N\,.\,10\,m\,.\,\underbrace{\cos(120°)}_{0,5}$$

$$\Rightarrow \quad L = -50\ \text{Joule}$$

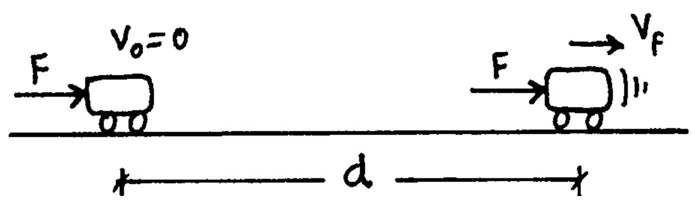
Otra manera de hacer este ejemplo es tomar el ángulo de 60° que la fuerza forma con la distancia pero poniéndole a todo signo (-). Le pongo de entrada el signo menos porque veo que la fuerza está frenando al cuerpo .

$$L = -\,(\,10\ N \times 10\ m \times \cos 60°\,) \;\rightarrow\; \underline{L = -\,50\ \text{Joule}} \qquad (\text{ Dio lo mismo }).$$

Repito: Una fuerza hace trabajo negativo cuando apunta al revés de la velocidad. Este es el caso típico de la fuerza de rozamiento.

ENERGÍA CINÉTICA

Las cosas que se mueven tienen energía cinética. ¿ Qué quiere decir esto ?
Rta : Quiere decir lo siguiente: Supongamos que tengo un cuerpo que está quieto. Lo empiezo a empujar y empieza a moverse. Ahora tiene velocidad y por lo tanto tiene energía cinética.



¿ De dónde salió esa energía que el tipo tiene ahora ? RTA: Salió del trabajo que hizo la fuerza F. Todo el trabajo F . d se transformó en energía cinética. Veamos cuánto vale esa E_c . El trabajo realizado por F vale $F \times d$. Reemplazo a F por $m \times a$. Entonces:

$$L = F \times d \quad \rightarrow \quad L = m \times a \times d$$

La aceleración que tiene el carrito la calculo con la ecuación complementaria:

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0}^{\,2} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow\ a = \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot d}$$

Reemplazando esto en L = m.a.d :

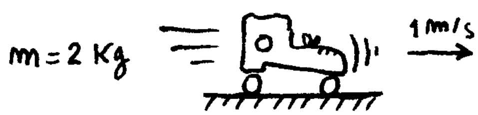
$$L = m \cdot \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot \cancel{d}} \cdot \cancel{d} \qquad \Rightarrow \qquad L = \tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}$$

Pero este trabajo realizado es la energía cinética que el tipo adquirió. Entonces:

$$\boxed{Ec = \tfrac{1}{2} m . v^2} \quad \leftarrow$$ Energía cinética que tiene un cuerpo que se está moviendo.

No hace falta que anotes que la Energía Cinética es " un medio m Ve cuadrado "
Lo vas a ver tantas veces de acá en adelante que ya no te lo vas a olvidar.

Ejemplo: Un objeto de m = 2 Kg se mueve con v = 1 m/s. Calcular su E_{CIN} .



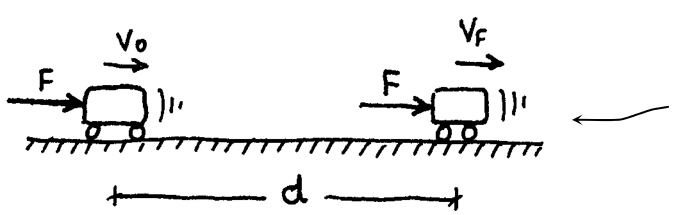
$$Ec = \tfrac{1}{2} .2 \ \text{Kg} .(1 \text{m/s})^2 = 1 \ \text{Joule.}$$

Fijate que las unidades de la energía cinética son Kg . m^2/s^2. Si lo pensás un poco te vas a dar cuenta de que Kg . m^2/s^2 es lo mismo que N . m, que es Joule. El trabajo y la energía se miden en las mismas unidades. (Joule). ¿ Casualidad ?
No. Justamente <u>NO</u>. Trabajo y energía son, en cierta medida, la misma cosa. Cuando una fuerza actúa a lo largo de una distancia d, ese trabajo se invierte en energía cinética. De la misma manera, cuando un cuerpo viene con una determinada energía cinética, se necesitará el trabajo de una fuerza para frenarlo.

Aclaración: La palabra " Joule " se pronuncia " Yul ". Los libros mejicanos no suelen hablar de Joules sinó de " Julios ". ¡ Andale manito !

<u>TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA</u> ← LEER

Supongamos que un cuerpo se viene moviendo con velocidad inicial V_o . En ese momento se aplica una fuerza y el tipo empieza a acelerar.



EL CUERPO ACELERA POR ACCION DE LA FUERZA F.

El carrito en su movimiento acelerado recorre una distancia d. El trabajo realizado por F vale L = F . d. Pero como por 2da ley de Newton F = m . a, me queda :

$$L_F = F \cdot d$$

$$\Rightarrow \; F \cdot d = m \cdot a \cdot d$$

El cuerpo al ser empujado por una fuerza tiene un MRUV. Entonces puedo plantear la ecuación complementaria :

$$v_f^{\,2} - v_o^{\,2} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow \; a = \frac{v_f^{\,2} - v_o^{\,2}}{2d}$$

Reemplazando:

$$F \cdot \cancel{d} = m \cdot \frac{v_f^{\,2} - v_O^{\,2}}{2 \cdot d} \cdot \cancel{d}$$

VER

$$\boxed{\underbrace{F \cdot d}_{L_F} = \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}}_{Ec_f} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_0^{\,2}}_{Ec_0}} \quad \Leftarrow$$

Teorema del trabajo y la Energ.cinética.

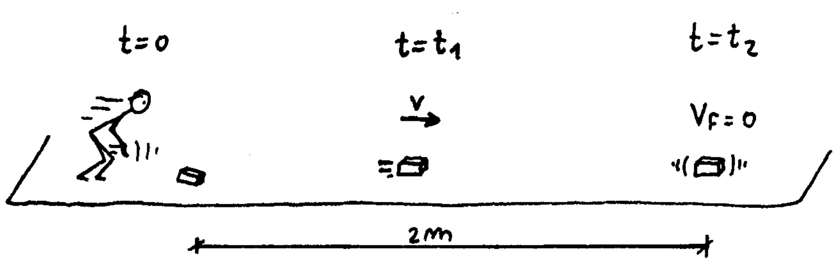
Esto se lee de la siguiente manera: Al principio el tipo tenía una energía cinética inicial que valía $\frac{1}{2}$ m . $V_0^{\,2}$. Después de actuar la fuerza, tiene una energía cinética final que vale = $\frac{1}{2}$ m . $V_f^{\,2}$. La diferencia (= la resta) entre estas dos energías es igual al trabajo realizado por la fuerza F.

Esta ecuación es bastante importante conceptualmente hablando. Básicamente lo que dice es que el trabajo realizado por una fuerza se invierte en Energía Cinética.

Vamos a un ejemplo para que veas cómo se usa la ecuación.

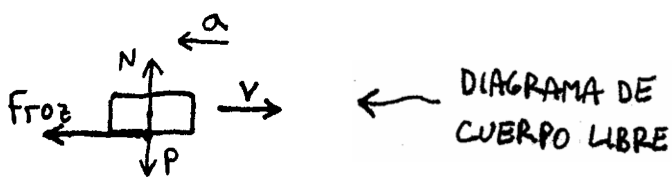
Ejemplo

SE TIRA UN LADRILLO AL SUELO CON VELOCIDAD V = 10 m/s. SABIENDO QUE SE FRENA DESPUÉS DE RECORRER 2 m, CALCULAR EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO. m $_{LADRILLO}$ = 1 kg.



← Lo que tengo es esto.

El ladrillo recorre 2 m hasta que se frena. Voy a ver qué fuerzas actúan mientras se está frenando. Hago el diagrama de cuerpo libre:



La fuerza de rozamiento es la que hace que el tipo se vaya frenando. El peso y la normal **no hacen trabajo**. Son perpendiculares a la velocidad. Entonces uso el teorema del trabajo y la energía cinética. Planteo que el trabajo de la fuerza de rozamiento tiene que ser igual a la variación de la energía cinética. Veamos:

$$L_{F_{ROZ}} = \Delta E_c$$

ver!

$$-F_{roz} \cdot d = \tfrac{1}{2} m \cdot \cancel{\underbrace{v_f}_{0}{}^2} - \tfrac{1}{2} m \cdot v_0{}^2$$

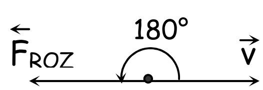
$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{m \cdot v_0{}^2}{2 \cdot d}$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{1Kg \cdot (10\,m/s)^2}{2 \cdot 2m}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{roz} = 25\,N} \longleftarrow$$

Fuerza de rozamiento que actuó.

<u>Fijate que</u>:
El trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo . Eso pasa porque la velocidad va para allá $\rightarrow$ y la fuerza de rozamiento va para el otro lado. A esta misma conclusión llego si hago este dibujito:



$$L_{roz} = F \cdot d \cdot \overbrace{\cos(180°)}^{-1}$$

Quiero que veas lo siguiente: Este problema también se podría haber resuelto combinando cinemática con dinámica:

$$\cancel{v_f{}^2} - v_0{}^2 = 2 \cdot a \cdot d \longleftarrow$$ Ec. complementaria.

$\Rightarrow L_{ROZ} = - F \times d$

$$\Rightarrow a = \frac{-v_0^{\,2}}{2 \cdot d}$$

Como $F = m \cdot a$:

$$\Rightarrow F_{ROZ} = -\frac{m \cdot v_0^{\,2}}{2 \cdot d} \longleftarrow \text{Mismo resultado anterior.}$$

Trabajo y energía me permite resolver problemas de cinemática y dinámica por otro camino. Es más, hay algunos problemas que sólo pueden resolverse usando L y Energía

Por ejemplo, este: →

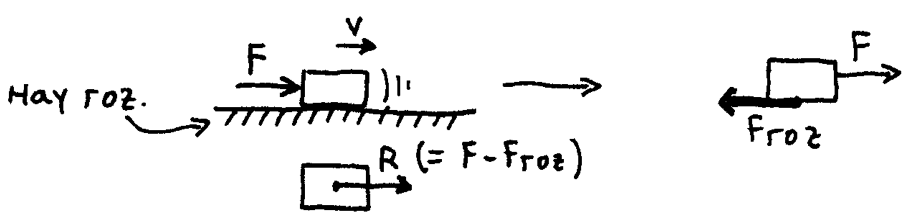
El teorema del trabajo y la energía cinética se usa sólo cuando tengo planos horizontales. Pero a veces puedo tener planos inclinados o montañas.

En estos casos conviene usar el teorema del trabajo y la energía **mecánica**. (Que viene después).

Aclaración: El teorema del trabajo y la energía fue deducido para un cuerpo que tiene 1 sola fuerza aplicada. ¿ Y si tengo más de una fuerza, qué hago ?

Rta : Bueno, en ese caso calculo la resultante de todas las fuerzas que actúan.

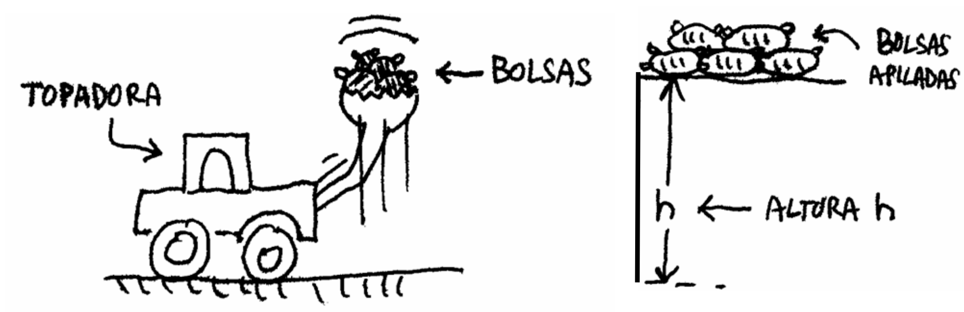
Por ejemplo, supongamos un caso donde actúa más de 1 fuerza:



Ahora tengo un cuerpo que tiene una sola fuerza aplicada (la resultante). Al tener una sola fuerza puedo usar el teorema.

POTENCIA

Este tema a veces lo toman. Prestale atención que no es muy difícil. Supongamos que quiero levantar varias bolsas de arena hasta el piso de arriba. Pongamos algunos valores para que sea mas fácil entender el asunto: Tengo 10 bolsas de 20 kilogramos cada una y las quiero poner a una altura de 4 m. Contrato una topadora y le digo que me suba todas las bolsas hasta arriba.



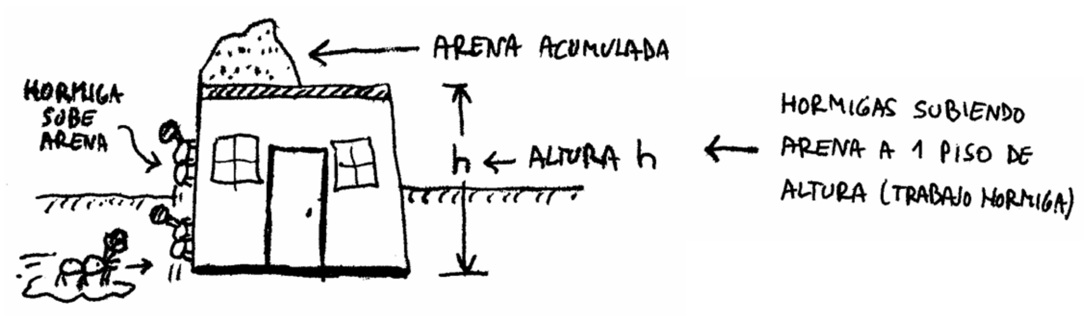
Vamos a ver que trabajo está haciendo la máquina al levantar las 10 bolsas. Cada bolsa pesa 20 Kgf = 200 N. Entonces las 10 bolsas pesan 2.000 N. Ahora, el trabajo realizado es L = Peso x Altura. Si las pongo a 4 m de altura, el trabajo va a valer 2.000 N x 4 m = 8.000 Joule.

L_{TOTAL} = 8.000 Joule ⇦ TRABAJO A REALIZAR PARA LEVANTAR 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 KG CADA UNA A UNA ALTURA DE 4 M

Ahora fijate esto: en realidad no necesito traer a una topadora para hacer ese trabajito. Con un poco de ingenio puedo hacerlo yo. No es terrible. Agarro las bolsas y las voy subiendo una a una por la escalera. Fijate :

Pregunto otra vez : ¿ qué trabajo hice al subir las bolsas ? Rta: Bueno, el trabajo tendría que valer lo mismo que antes, o sea, 8.000 Joule. Tiene que ser así porque subí la misma cantidad de bolsas a la misma altura. No importa que las haya subido de a una.

Vamos ahora a una 3ra situación. Quiero que miles de hormigas suban las bolsas. En principio una hormiga no tiene fuerza suficiente para levantar 20 kilos. Pero yo puedo abrir las bolsas y decirle a las hormigas que cada una agarre un granito de arena y lo suba. (Esto vendría a ser lo que se llama "trabajo hormiga")



Pregunto otra vez : ¿ qué trabajo hicieron las hormigas al subir las bolsas ?
Rta: Bueno, la cantidad de kilos de arena subidos es la misma que antes. Entonces el trabajo realizado tiene que valer lo mismo que antes, o sea, 8.000 Joule.

Conclusión: al levantar un peso a una altura h, siempre se hace el mismo trabajo. Esto es independiente de quién lo haga o de cómo se haga. Pero hay algo importante. Si a vos te dieran a elegir cualquiera de las 3 posibilidades, probablemente elegirías que el trabajo lo haga una topadora. ¿ Por qué ?
Rta: Bueno, por el tiempo. Una topadora sube las bolsas en 1 minuto. Yo las puedo subir en media hora. Y las hormigas podrían llegar a subirlas en un día. Fijate. El factor TIEMPO es el truco acá. De las 3 formas estamos realizando el mismo trabajo. Pero la topadora lo hace más rápido que las hormigas y más rápido que yo.

CONCLUSIÓN ?
Cuando uno hace trabajo, no sólo importa el L realizado en sí. Importa también EL TIEMPO que uno tardó en hacer ese trabajo. Entonces ¿ cómo puedo hacer para tener una idea de qué tan rápido una cosa realiza trabajo ?
Rta: lo que tengo que hacer es agarrar el trabajo que se hizo y dividirlo por el tiempo que se usó para hacer ese trabajo. Es decir:

POTENCIA →
$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$$
Trabajo efectuado
Tiempo empleado
← VER

Al dividir el trabajo realizado por el tiempo empleado, lo que estoy haciendo es calcular LA VELOCIDAD A LA QUE SE REALIZA EL TRABAJO.

Entonces, ¿ qué es la potencia ?

LA POTENCIA ES LA VELOCIDAD A LA QUE SE REALIZA EL TRABAJO.

⇦ **POTENCIA**

Calcular la potencia es importante porque uno puede tener una idea de qué tan rápido se está entregando energía. La cosa que hace el trabajo puede ser hombre, animal o máquina. Sabiendo la potencia, uno puede comparar la utilidad de una máquina. 2 máquinas pueden hacer el mismo trabajo. Pero hay que comparar las potencias para ver cuál lo puede hacer más rápido.

Un auto tiene una potencia de 100 caballos, más o menos. Un auto puede ir de acá a Mar del Plata, pero el que va más rápido es mejor. También podés ir a Mar del Plata en caballo, pero vas a tardar mil horas.
O sea, un auto puede hacer el trabajo que hace un caballo, pero unas 100 veces más rápido. O dicho de otra manera, un auto puede realizar un trabajo equivalente al de 100 caballos. El auto y el caballo pueden hacer el mismo trabajo (llevarte a Mar del Plata). Pero uno lo puede hacer más rápido que el otro. ¿ ves como es el asunto ?

<u>OTRA FORMULA PARA LA POTENCIA</u>: **Pot = F x V**

La potencia se calcula como el trabajo realizado sobre el tiempo empleado para realizar ese trabajo. Ahora, si al trabajo lo pongo como fuerza por distancia me queda: Pot = F . d / Δt . Pero fijate que el término d / Δ t es la velocidad:

$$\text{Pot} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F\,.\,d}{\Delta t}$$

← == VELOCIDAD

$$\boxed{\text{Pot} = \text{fuerza x Velocidad}}$$

⇦ OTRA MANERA DE CALCULAR LA POTENCIA

En esta fórmula de potencia como fuerza por velocidad, F es la fuerza que va en la dirección del movimiento. Si la fuerza está inclinada, hay que multiplicar todo por el coseno del ángulo formado entre F y V. (Quedaría Pot = F . V . Cos α).

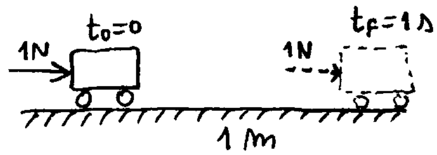
<u>UNIDADES DE POTENCIA</u>

Las unidades de potencia van a ser las unidades de trabajo divididas por las unidades de tiempo. El trabajo realizado se mide en Joules (N.m) y el tiempo en seg.

Entonces:

$$[\,P\,] = \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \quad \text{ó} \quad [\,P\,] = \frac{N \cdot m}{\text{seg}} \longleftarrow$$ A esta unidad se la llama Watt.

Si una fuerza de 1 N recorre una distancia de 1 metro en 1 segundo, la potencia entregada por esa fuerza será de 1 Watt. Miralo en este dibujito.



← **1 Watt.**

Si mido el trabajo en Kilogramos fuerza x metro, la potencia se medirá en Kilográmetros por segundo (Kgf x m/s). Hay otra unidad que se usa y es el Horse Power (caballo de fuerza = H.P.). Las equivalencias son:

$$1\ \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 9{,}8\ \text{Watt} \quad \leftarrow \text{Equivalencias}$$

$$1\ \text{H.P.} = 76\ \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 745\ \text{Watt}$$

Pregunta:
¿ Es 1 caballo de fuerza equivalente a la potencia que tiene un caballo de verdad ?
<u>**RTA**</u>: Sí, aproximadamente sí. Por eso se la llamó caballo de fuerza. Por otro lado, la potencia que puede desarrollar un ser humano es de alrededor de 0,1 HP, es decir, 1 décimo de la potencia de un caballo. (Ojo, esto es muy aproximado).

<u>EL KILOWATT – HORA</u>

La gente se confunde bastante con esto del Kw-hora. La cosa es así: 1000 Watts son 1 kilowatt. Ahora, la electricidad que consume una casa se mide en Kw-hora.
¿ Es esto equivalente a medir la potencia en Kilowatts ?
<u>RTA</u>: No. Lo que se mide en una casa no es la **potencia** consumida, sino la <u>***energía***</u> eléctrica consumida. 1 Kw-hora no son 1000 Watt. Son 1000 Watt <u>por hora</u>. (El "por" es por de multiplicar). Busco la equivalencia entre Joule y Kilowatt-hora. Seguime:

$$1\ \text{Kw-h} = 1000\ \text{watt} \times 1\ \text{hora}$$

$$\Rightarrow 1\ \text{Kw} \times \text{h} = 1000\ \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \times 3600\ \text{seg}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{1\ \text{Kw-h} = 3{,}6 \times 10^6\ \text{Joule}} \quad \leftarrow \quad 1\ \text{Kilowatt-hora}$$

Es decir, **EL KW-H ES UNA UNIDAD DE ENERGÍA**, no de potencia. (Atento con esto). Por ejemplo, una plancha consume alrededor de 1 Kw. Si una casa gasta en 1 mes 100 Kw-h, eso quiere decir que la casa consumió una energía equivalente a la que hubiera consumido una plancha si hubiera funcionado 100 horas seguidas .

Ejemplo 1

SE LEVANTAN 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 Kg CADA UNA A UNA ALTURA DE 4 METROS. CALCULAR LA POTENCIA UTILIZADA EN LOS SIGUENTES CASOS:

a) Las bolsas son levantadas por una topadora en 10 segundos
b) Las bolsas son levantadas por una persona en media hora.
c) Las bolsas son levantadas por hormigas en 1 dia.

Solución:
Vamos a ver que trabajo estoy haciendo al levantar las 10 bolsas. Cada bolsa pesa 200 N y las pongo a 4 m de altura. Entonces el trabajo realizado al levantar cada bolsa vale 200 N x 4 m = 800 Joule. (L = Peso x Altura). Para levantar las 10 bolsas, el trabajo total va a ser de 10 x 800 = 8.000 Joule.

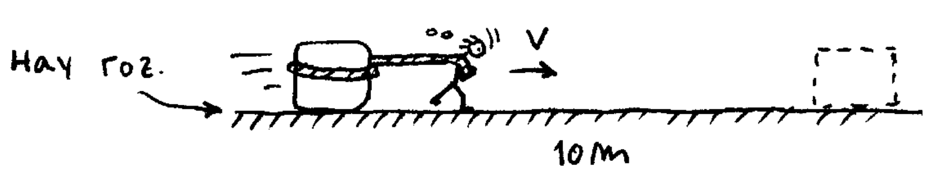
L_{TOTAL} = 8.000 Joule ⇦ TRABAJO A REALIZAR PARA LEVANTAR 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 Kg CADA UNA AUNA ALTURA DE 4 M

Ahora, 1 hora son 3600 segundos, ➔ media hora son 1800 segundos. 1 dia tiene 24 horas, ➔ 1 dia = 86.400 seg. Conclusión:

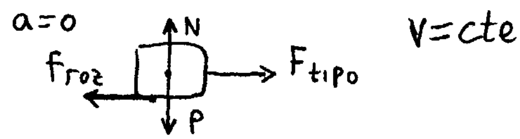
La topadora usa una potencia de 8.000 N x m / 10 seg ➔ Pot= 800 Watt.
La persona usa una potencia de 8.000 N x m / 1800 seg ➔ Pot= 4,44 Watt.
Las hormigas usan una potencia de 8.000 N x m / 86.400 seg ➔ Pot= 0,092 Watt.

Ejemplo 2

UN SEÑOR QUE CAMINA CON V = 3,6 Km / h ARRASTRA UN BLOQUE DE 50 Kgf UNA DISTANCIA DE 10 m. CALCULAR LA POTENCIA ENTREGADA POR EL HOMBRE SABIENDO QUE TIRA DE LA CUERDA CON UNA FUERZA DE 10 KGF



El diagrama de cuerpo libre para el bloque es éste:



La aceleración es igual a cero (la velocidad es constante). Entonces saco como conclusión que la fuerza que el tipo hace tendrá que ser igual a la de rozamiento. Planteo:

$$\Rightarrow F_{ROZ} = 10\,\text{Kgf}$$

$$\Rightarrow \underline{F_{TIPO} = 10\,\text{Kgf}} = 100\,\text{N} \qquad \leftarrow \text{Fuerza que hace el tipo.}$$

La potencia que el tipo entrega la calculo como fuerza por velocidad:

$$P = F \cdot V$$

$$\Rightarrow P = 100\,\text{N} \times 1\,\text{m/s}$$

$$\Rightarrow \underline{P = 100\,\text{Watt}} \qquad \leftarrow \text{Potencia del hombre.}$$

<u>NOTA</u>: fijate que la distancia de 10 m no la utilicé para calcular la potencia.
<u>PREGUNTA</u>: ¿ Y toda este trabajo que entrega el tipo, a dónde va ?
<u>RTA</u>: No va a ningún lado. No se almacena en ninguna parte. Todo lo que el tipo entregó se lo comió el rozamiento. ¿ Y en qué se transformó ?
<u>Rta</u>: En calor.

Algunas aclaraciones:

* Para poner la potencia se suele usar la letra P. Esto se confunde con Peso o con presión. Por eso yo suelo poner la palabra " Pot ". Alguna gente usa otras letras para la potencia.

* Las unidades de potencia más comunes son el Watt y el kilowatt. Para los motores de autos se usa el Horse power (HP). 1 HP = 745 Watt. A veces se usa también el caballo de vapor (CV)

* Para la física hacer trabajo significa levantar un cuerpo a una altura h. En la vida diaria, si uno camina también realiza trabajo. Una locomotora que arrastra vagones también hace trabajo. Pero para entender el asunto es conveniente traducir ese trabajo a levantar un peso a una altura h. De la misma manera, también es conveniente entender el concepto de potencia como levantar un peso a una altura h en cierto tiempo.

* La potencia se aplica también a cosas que no sean "mecánicas". Ejemplo, se puede hablar de potencia eléctrica o potencia de sonido. Un parlante que tiene mucha potencia es un parlante que tira una gran cantidad de sonido por segundo.

* La potencia se calcula como trabajo sobre tiempo. Pero en vez de hablar de trabajo realizado se puede hablar de energía consumida es lo mismo. Entonces puedo poner:

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Energía}}{\text{tiempo}}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{Energía} = \text{Pot} \times \text{tiempo}} \Leftarrow$$

FORMA DE CALCULAR LA ENERGIA CONSUMIDA o EL L REALIZADO TENIENDO LA POTENCIA ENTREGADA

Uso esta fórmula en un ejemplo:

Ejemplo 3

UNA LAMPARA DE 100 WATTS ESTÁ PRENDIDA DURANTE 10 hs.
a) - CALCULAR QUE ENERGIA CONSUMIÓ EN ESE PERIODO.
b) -¿ A QUÉ ALTURA SE PODRÍA HABER ELEVADO UN CUERPO DE 10 KILOS DE PESO CON ESA MISMA ENERGIA ?

Solución:

a) - Trabajo realizado o energía consumida es la misma cosa. Entonces puedo poner:

$$\text{Pot} = \text{Energía} / \text{tiempo} \rightarrow \text{Energía} = \text{Pot} \times \text{Tiempo}$$

$$\rightarrow \text{Energía} = 100 \text{ Joule}/\text{seg} \times 10 \times 3600 \text{ seg}$$

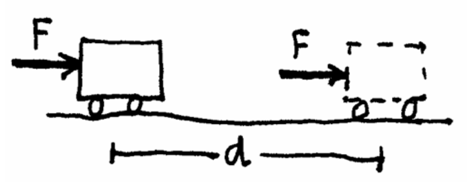
$$\rightarrow \underline{\text{Energ} = 3{,}6 \times 10^6 \text{ Joules}}$$

b) - L = Peso x altura. → Con una energía de $3{,}6 \times 10^6$ Joules se podría haber levantado un peso de 100 N a una altura de $3{,}6 \times 10^6$ Joules / 100 N = $3{,}6 \times 10^4$ m

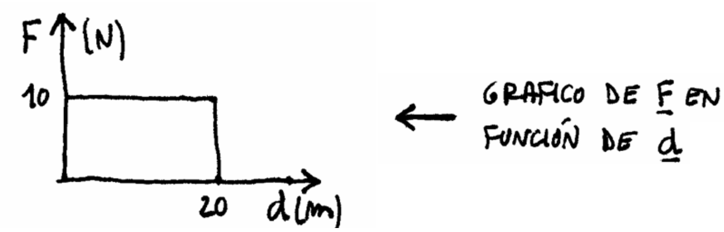
$$\rightarrow \underline{h = 36 \text{ Km}}$$

EL AREA DEL GRAFICO DE F EN FUNCION DE d ES EL L REALIZADO

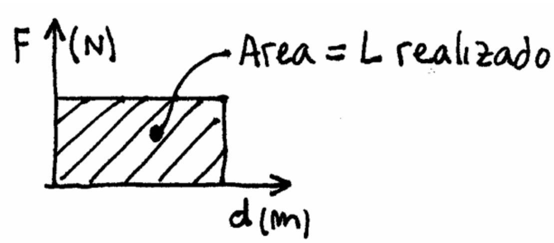
Suponete que tenés un carito que tiene una fuerza aplicada. La fuerza empuja y el carrito acelera. Al moverse la fuerza F está realizando un trabajo.



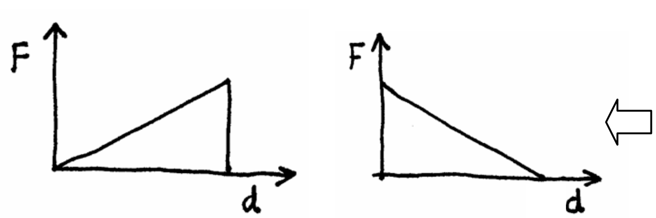
Supongamos que te dan el grafico que muestra cómo varia la fuerza aplicada sobre el carrito en función de la distancia recorrida. Si la fuerza vale 10 Newtons y la distancia recorrida es de 20 m (por ejemplo), el gráfico va a dar algo así :



Pensá esto: Quiero calcular el trabajo realizado por F... ¿ que puedo hacer ?
<u>Rta</u>: Para calcular L tengo que multiplicar la fuerza por la distancia recorrida. Quiere decir que la cuenta que tengo que hacer es $F \times d$. En este caso esa cuenta da 200 $N \times m$. Bárbaro. Pero si mirás un poco el gráfico te vas a dar cuenta que el valor $F \times d$ es el **<u>área del grafico</u>**.

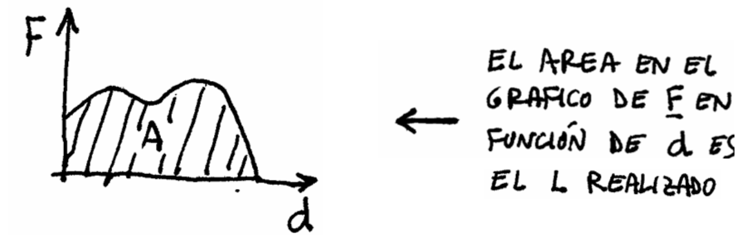


El área del grafico (= Base × altura) también da 200 Joule. Este resultado de que el área del gráfico de **<u>F</u>** en función de **<u>d</u>** es el trabajo realizado vale en el caso de una fuerza constante. Pero si lo pensás un poco, vas a ver que este razonamiento también es válido para fuerzas variables. Por ejemplo, sería el caso de que tuvieras una fuerza que aumentara o disminuyera a medida que el carrito avanza :



EN ESTOS 2 CASOS EL AREA DEL GRAFICO TAMBIEN REPRESENTA EL TRABAJO REALIZADO

Y si hilás un poco mas fino, se puede llegar a comprobar que esto es válido siempre, cualquiera sea el tipo de variación que la fuerza tenga con la distancia.



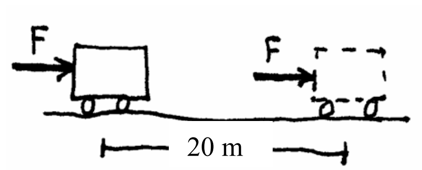
Demostrar esto es un poco complicado porque para hallar el área bajo la curva habría que integrar.

CONCLUSION (IMPORTANTE)

EL AREA DEL GRAFICO DE F EN FUNCION DE d ES EL L REALIZADO ← VER

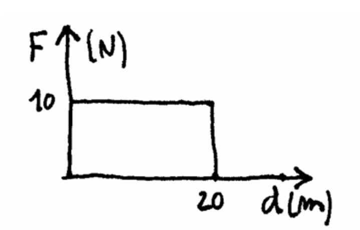
Vamos a uno ejemplo:

UNA FUERZA EMPUJA UN CARRITO DE MASA 2 Kg A LO LARGO DE UNA DISTANCIA DE 20 m. PARA LOS SIGUIENTES CASOS CALCULAR:

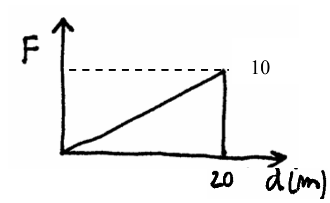


a) - EL TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA.
b) - LA VELOCIDAD DEL CARRITO LUEGO DE RECORRER ESOS 20 m
c) - DESCRIBIR EL MOVIMIENTO DEL CARRITO EN SU RECORRIDO.
SUPONER QUE EL CARRITO ESTA INICIALMENTE QUIETO

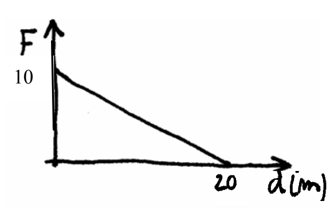
a)



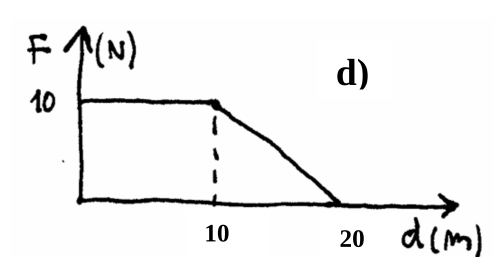
b)



c)

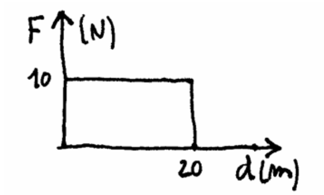


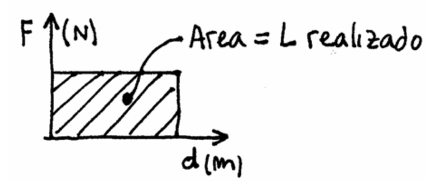
d)



<u>Solución</u>: En cada caso el trabajo realizado por el carrito es el área del gráfico. Entonces calculo el área en cada uno de los casos:

<u>CASO a)</u>





Área = Base × Altura = 20 m × 10 N = <u>200 Joule</u>

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \frac{1}{2}\, m\, V_F^2$$

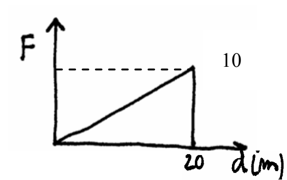
$$\rightarrow 200\ J = \frac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 14{,}14\ m/s}$$

El movimiento del carrito será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar hasta llegar a la velocidad final de 14,14 m/seg después de recorrer los 20 m.

<u>CASO b)</u> L_F = Area

Area = Base × Altura / 2 = 20 m × 10 N / 2 = <u>100 Joule</u>



El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \frac{1}{2}\, m\, V_F^2$$

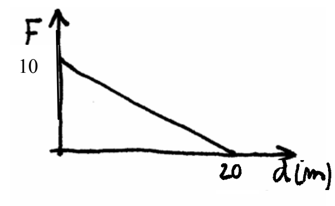
$$\rightarrow 100\ J = \frac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 10\ m/s}$$

Ahora el movimiento del carrito **NO** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar cada vez con mayor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 10 m/seg después de recorrer los 20 m. La aceleración en este caso no es constante. Es variable. La aceleración aumenta a medida que el carrito avanza. Es una especie de movimiento " variado - variado ".

CASO c)

$$L_F = Area$$



$$Area = Base \times Altura / 2 = 20 \text{ m} \times 10 \text{ N} / 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow Area = \underline{100 \text{ Joule}}$$

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \tfrac{1}{2}\, m\, V_F^2$$

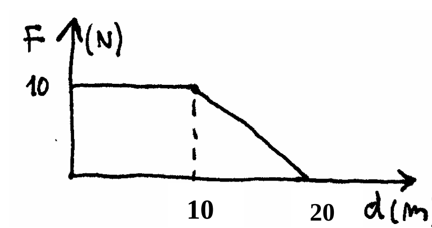
$$\rightarrow 100 \text{ J} = \tfrac{1}{2}\, 2 \text{ kg}\, V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 10 \text{ m/s}}$$

Otra vez el movimiento del carrito **NO** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar cada vez con menor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 10 m/seg después de recorrer los 20 m. Otra vez la aceleración no es constante. Es variable. La aceleración disminuye a medida que el carrito avanza. Otra vez es una especie de movimiento " variado - variado " pero ahora con aceleración decreciente hasta hacerse cero cuando el carrito llega a los 20 m.

CASO d)

$$L_F = Area$$



$$Área = Área \text{ del rectángulo} + Área \text{ del triángulo}$$

$$Área = Base \times Altura + Base \times Altura / 2$$

$$Area = 10 \text{ m} \times 10 \text{ N} + 10 \text{ m} \times 10 \text{ N} / 2 \rightarrow$$

➔ Area = 100 Joule + 50 Joule

➔ <u>Area = 150 Joule</u>

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0$ ➔ $L_F = E_{CIN\ final}$

$$\Rightarrow L_F = \tfrac{1}{2}\ m\ V_F^2$$

$$\Rightarrow 150\ J = \tfrac{1}{2}\ 2\ kg\ V_F^2$$

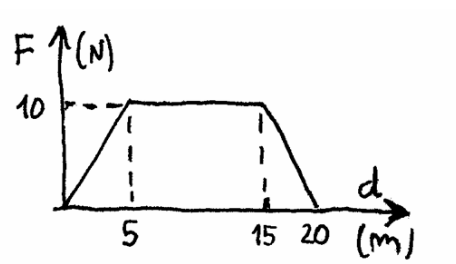
$$\Rightarrow \underline{V_F = 12{,}24\ m/s}$$

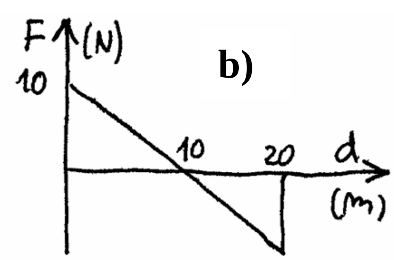
El movimiento del carrito **<u>NO</u>** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar primero con aceleración constante hasta llegar a los 10 m. Después acelerará cada vez con menor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 12,24 m/seg después de recorrer los últimos 10 m. Otra vez la aceleración no es constante. Es variable. Y varía de manera bastante rara.

Otros 2 ejemplos importantes:

CALCULAR EL TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA EN LOS SIGUIENTES 2 CASOS. CALCULAR TAMBIEN LA VARIACION DE ENERGIA CINETICA. SUPONER VELOCIDAD INICIAL = 0.

a)





b)

Para el caso a) tengo que calcular el area de los 2 triángulos de los costados y sumársela a la del rectángulo que está en el medio. También puedo usar la fórmula del area de un trapecio que es:

$$A = \frac{(\text{Base Mayor} + \text{Base menor})\ \text{x Altura}}{2}$$

Me queda:

$$\text{Area} = \frac{(\,20\,\text{m} + 10\,\text{m}\,)\ \text{x}\ 10\ \text{N}}{2}$$

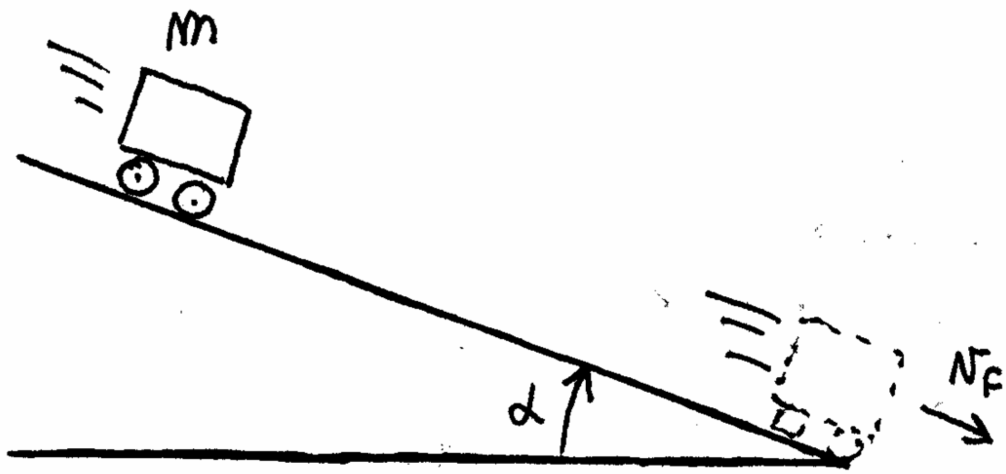
➔ Area = L = 150 Joule

Como el trabajo de la fuerza es igual a la variación de energía cinética, quiere decir que :

ΔE_{CIN} = 150 Joule

b) – El caso b) tiene trampa. Los 2 triángulos que te quedan son iguales. Cada uno tiene area 50 joules. Pero como uno de ellos está por abajo del eje horizontal, su area será NEGATIVA.
Quiere decir que al sumar las 2 areas, el L realizado me va a dar CERO.
¿ Está bien esto ? ¿ Puede darme cero el trabajo realizado por la fuerza ?
Rta: Sí, está perfecto. La fuerza al principio apunta así: →. Quiere decir que inicialmente el cuerpo va acelerando. (Aunque acelera cada vez menos porque la fuerza va disminuyendo). A los 10 m la fuerza se hace CERO. De ahí en adelante, la fuerza es negativa. Apunta así: ← . Quiere decir que la fuerza va frenando al cuerpo. Cuando el tipo llega a los 20 m, se frena del todo. Su velocidad ahí va a ser CERO. En todo el trayecto de los 20 m no va a haber variación de energía cinética.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA



$$E_{MEC_F} = E_{MEC_0}$$ ← CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

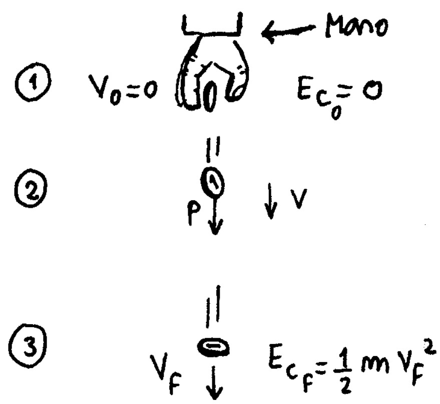
$$v_F = \sqrt{2gh}$$

ENERGÍA MECÁNICA - CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

ENERGÍA POTENCIAL

Suponé que sostengo una cosa a 1 m del piso y la suelto.

Al principio la cosa tiene velocidad inicial cero. Pero resulta que cuando toca el piso tiene una velocidad V_{final}. Es decir que, inicialmente, la energía cinética vale cero ($V_0 = 0$) y al final NO. (V_f no es cero).



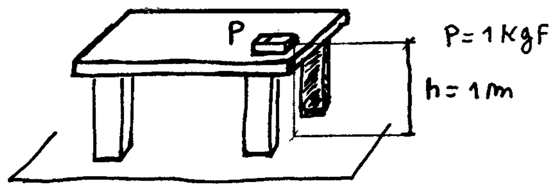
La pregunta entonces es: ¿ Quién le entregó energía al cuerpo ? Yo no fui porque el cuerpo cayó solo (yo no lo empujé para abajo).
La respuesta a esta pregunta es: Fue la fuerza Peso. El peso es el que le dio energía al cuerpo. El cuerpo recorrió una distancia de 1 m. Entonces la fuerza peso hizo un trabajo que vale: $L_{Peso} = P \cdot 1\ m$. Ese trabajo se convirtió en energía cinética.

La conclusión que saco de acá es que un cuerpo que está a una determinada altura tiene energía. Esa energía es igual al trabajo que la fuerza peso puede realizar si se deja caer al cuerpo desde esa altura.
Ahora:
¿ Cuánto vale el trabajo que puede realizar la fuerza peso ?
Bueno, el trabajo realizado por una fuerza es $F \cdot d$. En este caso la fuerza es el peso y la distancia es la altura hache. Por lo tanto, si se suelta un peso **P** desde una altura **h**, el trabajo valdrá pe por hache. Tonces:

$\boxed{E_p = P \cdot h \quad ó \quad m \cdot g \cdot h}$ ⟵ Energía potencial que tiene un cuerpo de peso **P** que está a una altura **h**.

Ejemplo

Calcular la E_{pot} del cuerpo que está arriba de la mesa.



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

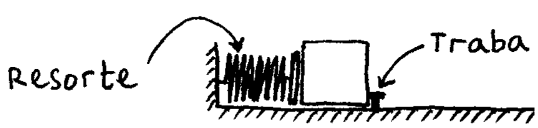
$$\Rightarrow E_p = 1\,Kg \, .10 \frac{m}{s^2} \times 1\,m$$

$$\Rightarrow \underline{E_p = 10\,Joule} \quad \Longleftarrow$$ ENERGÍA POTENCIAL QUE TIENE EL OBJETO

Fijate lo siguiente: la energía potencial se mide en Joules, como la energía cinética y cualquier otra energía. (Como la eléctrica, por ejemplo). Esta E_p que tiene el objeto es **con respecto al piso**. Al calcular energías potenciales, uno <u>siempre tiene que indicar el nivel de referencia</u>, o sea, el lugar desde donde uno empieza a medir la altura.

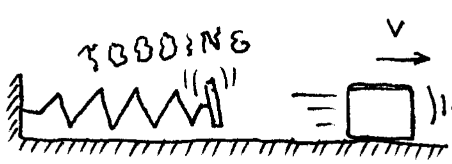
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Un resorte que está comprimido también tiene energía almacenada. ¿ Cómo es eso ? Fijate. Hagamos un dibujito y analicemos el asunto:



⟵ Resorte comprimido tratando de empujar a un cuerpo.

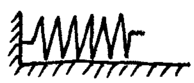
El tipo no se mueve porque está trabado. Pero si yo ahora saco el clavo,... ¿ qué pasa ?



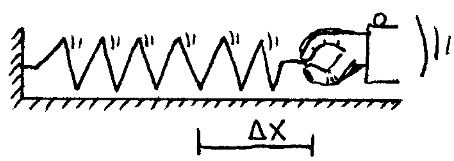
⟵ Ahora el cuerpo sale despedido con una velocidad V.

Inicialmente el cuerpo estaba quieto y no tenía energía cinética. Al soltar el resorte el tipo se mueve con una velocidad <u>**V**</u> y su energía cinética valdrá $\frac{1}{2}$ m .$\mathbf{V}^2$.
¿ De dónde salió esa energía ?

Rta: Del resorte. El resorte comprimido tenía una energía almacenada. Al soltarlo se descomprime y le entrega toda esa energía al cuerpo. Esto hace que el objeto adquiera una velocidad V.
¿ Hasta acá me seguiste ? Bueno, entonces ahora voy a calcular ahora cuánto vale esa energía almacenada en el resorte. Supongamos que tengo lo siguiente:

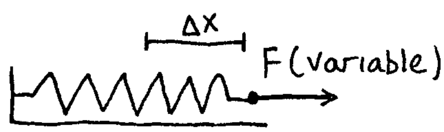


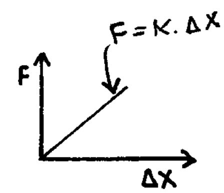
← Un resorte que no está ni comprimido ni estirado.



← Ahora lo estiro una distancia Δx.

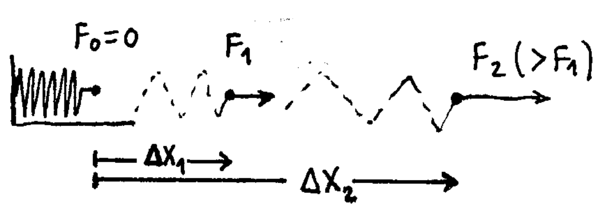
Esta situación la puedo representar así:





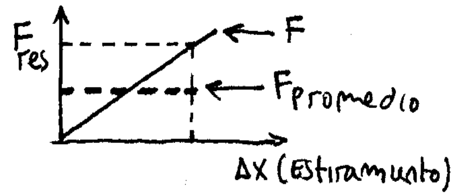
← La fuerza del resorte varía con la posición.

En este dibujito F representa a la fuerza que hago yo para estirar el resorte. (Que es igual y contraria a la que el resorte hace sobre mi mano). Ojo, esta fuerza **no es constante**. Aumenta con la posición según la ley de HooKe ($F = K \times \Delta x$). Es decir que lo que yo tendría sería algo así:



Esta fuerza, al ir moviéndose va realizando trabajo. Ese trabajo es el que queda almacenado en el resorte como energía potencial elástica.
¿ Vale ese trabajo $F \times \Delta x$? (Ojo, cuidado con esto).
Rta: No. Eso sería si **F** fuera una fuerza **CONSTANTE**. F es una fuerza que **NO ES CONSTANTE**. ¿ Cómo hago entonces para resolver el asunto ?

Rta: Bueno, se puede usar un pequeño truco. Miralo así: voy a considerar una fuerza intermedia entre la inicial y la final:



La fuerza inicial vale **cero** (resorte ni comprimido ni estirado). La fuerza final vale $F = K_\times \Delta x$. Haciendo el promedio me queda:

$$F_{Prom} = \frac{\underbrace{0}_{F_0} + \overbrace{K \cdot \Delta x}^{F_f}}{2}$$

Es decir: $F_{Prom} = \frac{1}{2}\ K \cdot \Delta x$ ← Fuerza promedio.

Ahora voy a considerar que esta fuerza promedio es la que recorrió la distancia Δx y voy a calcular el trabajo de F_P. Esto se puede hacer porque la variación de F_{Res} es **lineal** con la distancia. Queda:

$$L_{F_P} = \overbrace{\tfrac{1}{2} \kappa \cdot \Delta x}^{F_P} \cdot \overbrace{\Delta x}^{d}$$

$$\Rightarrow L_{F_P} = \tfrac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2$$

Tengo que, para estirar el resorte, tuve que entregarle un trabajo $L = \frac{1}{2}\ k.(\Delta x\ )^2$.
¿ Qué energía habrá acumulado el tipo ? **Rta:** $\frac{1}{2}\ K \times (\ \Delta x\ )^2$.

Y si ahora hago que el resorte se des-estire, ...¿ qué energía será capaz de entregarme ? **Rta:** Lo mismo: $\frac{1}{2}\ k.(\ \Delta x)^2$. ¿ Conclusión de todo esto ?

$$\boxed{E_{Elás} = \tfrac{1}{2}\ K_\times (\Delta x\ )^2}$$ ⟸ Energía elástica almacenada en un resorte.

Energía potencial elástica acumulada en el resorte.

Constante del resorte.

Distancia que fue comprimido.

Aclaraciones para la fórmula $E_E = \frac{1}{2}\ K\ (\Delta x)^2$:

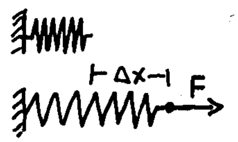
* Δx se mide desde la longitud natural del resorte cuando no está comprimido.

* Un resorte estirado también tiene energía elástica. Delta x puede ser también la distancia que un resorte está ESTIRADO.

Ejemplo

UN RESORTE TIENE UNA CONSTANTE K = 1000 N / m.
SE LO ESTIRA 10 cm. CALCULAR:
a) - QUÉ TRABAJO HUBO QUE HACER PARA ESTIRARLO.
b) - QUÉ ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA QUEDÓ ALMACENADA EN EL RESORTE.

a) - La energía potencial elástica del resorte cuando está estirado 10 cm vale:



RESORTE SIN ESTIRAR Y RESORTE ESTIRADO.

$$E_{Pot\,E} = \tfrac{1}{2} K (\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2} 1000 \, \frac{N}{m} \cdot (0{,}1m)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{Pot\,E} = 5 \text{ N.m} = \underline{5 \text{ Joule}}$$

b) - El trabajo que tuve que hacer yo para estirarlo vale lo mismo que la energía elástica que el tipo tiene almacenada. O sea:

$$L_{\text{que hice yo}} = 5 \text{ Joule.}$$

Conclusión: Para estirar el resorte hice un trabajo de 5 Joule. La energía elástica acumulada vale 5 J.
Y si ahora suelto el resorte, ¿ qué energía el tipo será capaz de entregarme ?
Rta: Elemental Watson: 5 Joule.

¿ Ves a dónde apunta la cosa ? La energía no se pierde. Sólo se transforma.

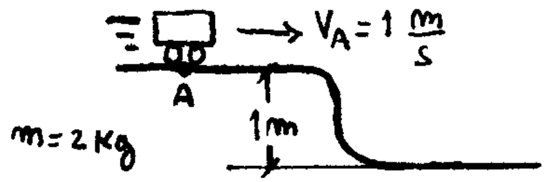
ENERGÍA MECÁNICA DE UN SISTEMA

La E_{MEC} de un sistema en un momento determinado es la suma de la energía cinética + la potencial + la elástica que el tipo tiene en ese momento. Es decir:

$$\boxed{E_{MEC} = E_{CIN} + E_{POT} + E_{El}} \longleftarrow \text{Energía mecánica.}$$

*NOTA: De ahora en adelante a la energía potencial gravitatoria la voy a llamar "energía potencial" y a la energía potencial elástica la voy a llamar "energía elástica". Esto lo hago para abreviar, nada más.

Ejemplo **CALCULAR LA ENERGÍA MECÁNICA DEL CARRITO EN EL PUNTO A. DATOS EN EL DIBUJO.**



La energía mecánica del carrito en ***A*** va a ser la suma de las energías cinética, potencial y elástica. Hago la cuenta:

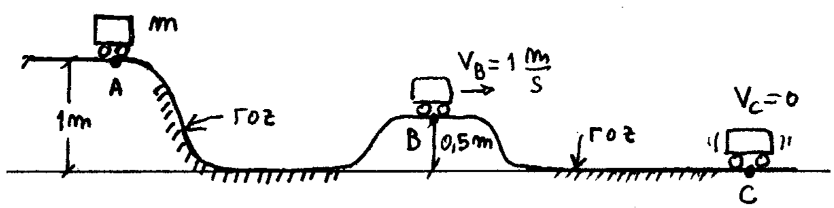
$$E_{mA} = E_{cA} + E_{pA} + \underbrace{\cancel{E_{eA}}}_{0\ (\leftarrow \text{No hay resortes})}$$

$$\Rightarrow E_{MA} = \tfrac{1}{2}\ 2\ kg\ .(1\ m/s)^2 + 2\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 1\ m$$

$$\Rightarrow E_{MA} = 21\ Joule$$

Otro ejemplo

SE EMPUJA AL CARRITO DE m = 1 Kg DANDOLE VELOCIDAD DE MANERA QUE SU ENERGIA CINETICA INICIAL ES DE 2 JOULE. El CARRITO CAE LUEGO POR LA PENDIENTE Y SE FRENA EN C. CALCULAR LA E_{MEC} DEL CARRITO EN LOS PUNTOS A, B Y C.



<u>EN EL PUNTO A</u>:

La energía mecánica en ***A*** va a ser: $E_{MA} = E_{CA} + E_{PA}$

$$\Rightarrow E_{mA} = 1\ Kg\ .\ 10\frac{m}{s^2}.1\ m + 2\ Joule$$

$$\Rightarrow \underline{E_{MA} = 12\ Joule}$$

<u>EN EL PUNTO B</u>:

$$E_{MB} = E_{CB} + E_{PB}$$

$$\Rightarrow E_{mB} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\Rightarrow E_{MB} = \tfrac{1}{2} 1\ Kg.(1 m/s)^2 + 1\ Kg.10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5m$$

$$\Rightarrow \quad \underline{E_{m\,B} = 5{,}5 \text{ Joule}}$$

Pregunta: En A, el carrito tiene una energía mecánica de 12 Joule y en B de 5,5 Joule. ¿ Dónde están los 6,5 Joule que faltan ?
Respuesta: Se los comió el rozamiento que hay entre A y B.

EN EL PUNTO C:

$$E_{Mecanica\ C} = E_{cin\ C} + E_{Pot\ C}$$

Al llegar a C el carrito se frena. No hay energía cinética ni potencial. Tonces:

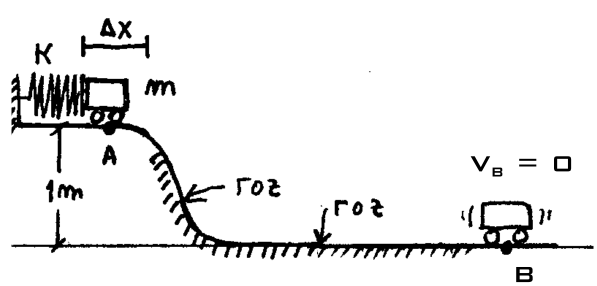
$$E_{MC} = 0 + 0$$

$$E_{MC} = 0$$

Es decir, en el punto **C** el carrito no tiene energía mecánica. Su velocidad es cero. ($\Rightarrow \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = 0$) y su altura es cero ($\Rightarrow m.g.h = 0$) . Igual que antes, toda la energía mecánica que el tipo tenía en B (5,5 J) se la comió el rozamiento.
¿ Pero cómo ?... ¿ No era que la energía siempre se conservaba ?...
¿ No era que no se perdía sino que sólo se transformaba de una forma en otra ?
Rta: y bueno, justamente. Toda la energía mecánica que el tipo tenía se transformó en calor. El calor también es energía (energía calórica).

Otro ejemplo

SE SUELTA EL RESORTE Y ESTE EMPUJA AL CARRITO QUE CAE POR LA PENDIENTE FRENÁNDOSE EN B. CALCULAR LA E_{MEC} DEL CARRITO EN LOS PUNTOS A Y B.
DATOS. m = 1 Kg, X = 20 cm, K = 100 N/m.



EN EL PUNTO A:
El carrito está quieto con el resorte comprimido 20 cm y listo para empujarlo. La energía mecánica en el punto **A** va a ser:

$$E_{m\,A} = \underbrace{\overset{(v_A = 0)}{\cancel{E_{c\,A}}}}_{0} + E_{p\,A} + E_{E\,A}$$

$$\Rightarrow\ E_{M\,A} = 0 + m.g.h_A + \tfrac{1}{2} K\left(\Delta x\right)^2$$

$$\Rightarrow\ E_{m\,A} = 1\ Kg.10\frac{m}{s^2}.1\ m + \tfrac{1}{2}100\frac{N}{m}(\ 0{,}2m\ )^2$$

$$\rightarrow\ E_{MA} = 12\ Joule$$

<u>EN EL PUNTO B</u>:

$$E_{MB} = E_{CB} + E_{PB} - E_{EB}$$

$$\Rightarrow\ E_{MB} = 0 + 0 + 0. \qquad (\ V_B = 0,\ h_B = 0 \text{ y no hay resortes en B})$$

$$\rightarrow\ E_{MB} = 0$$

En el punto **B** el carrito no tiene energía mecánica. Su velocidad es cero y su altura es cero. Al igual que antes, toda la energía mecánica que el tipo tenía en <u>**A**</u> (12 J) se la comió el rozamiento.

Supongamos que yo inventara una nueva forma de energía que fuera la suma de la energía mecánica más calórica. Podría llamarla "energía calomecánica" . En ese caso diría que la energía del sistema se conservó. Es decir, la mecánica se perdió, pero la calomecánica se conservó. Lo que conserva en el universo es la energía <u>**total**</u>, no una energía en particular.

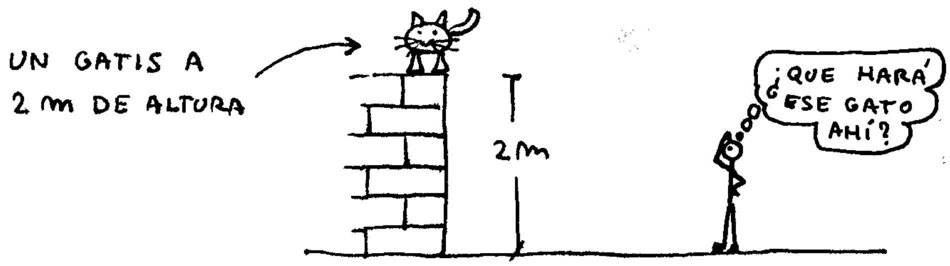
<u>FUERZAS CONSERVATIVAS</u>

Una fuerza es conservativa si hace que la energía **mecánica** del sistema **no cambie** mientras ella actúa. O sea, una fuerza conservativa hace que la energía mecánica se conserve. (De ahí viene el nombre).
Supongamos que tengo un sistema con una determinada energía mecánica inicial. Digamos 100 Joules. Ahora hago que actúe una fuerza. Supongamos que cuando la fuerza dejó de actuar, la E_{mec} del sistema es otra vez 100 Joules. Entonces digo que esta fuerza es una <u>**fuerza conservativa**</u>.

¿ Cómo es esto de que una fuerza puede actuar sin que la energía mecánica del sistema aumente o disminuya ? Veamos.

<u>FUERZA CONSERVATIVA PESO</u>

Suponé que tengo un cuerpo que está a 2 m de altura. Inicialmente su energía potencial vale m . g . h . Ahora... Si el tipo se deja caer desde ahí arriba qué pasa ?



Bueno, a medida que va cayendo va perdiendo energía potencial. Pero atención con esto: está bien, pierde energía potencial... ¡ pero va ganando energía cinética !
Vamos a hacer unas cuentas. Por ejemplo, suponé que la masa del gatis es 1 Kg.
Su energía potencial inicial vale:

$$E_{Pot\,0} = m.g.h = 1\ Kg.10\frac{m}{s^2}\cdot 2\ m = 20\ Joule.$$

Por cinemática sé que la velocidad final con la que toca el suelo un cuerpo que se deja caer desde una altura h es:

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0^{\,2}} = 2\cdot g\cdot h$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2\cdot g\cdot h}$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{2.10\,m/s^2.2m}$$

$$\rightarrow \quad V_f = 6{,}32\ \frac{m}{s}$$

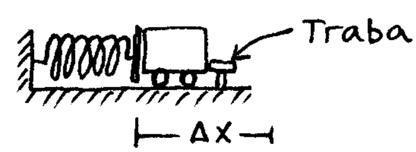
Entonces cuando el tipo toque el suelo su energía cinética será:

$$E_{C\,f} = \tfrac{1}{2} m.V_f^{\,2} = \tfrac{1}{2} 1Kg\cdot\left(6{,}32\,m/s\right)^2 = 20\ J.$$

Es decir, toda la E_{pot} se transformó en cinética al final. La fuerza peso no hizo ni que se ganara ni que se perdiera energía **mecánica**. La fuerza peso, lo único que hizo fue **transformar** toda la E_{pot} del principio en energía cinética. Pero la mecánica no cambió. Era 20 al principio y es 20 al final.
Conclusión: La energía mecánica no se modificó. Se mantuvo igual. **Se conservó**.
Digo entonces que la fuerza peso es una fuerza **conservativa**.

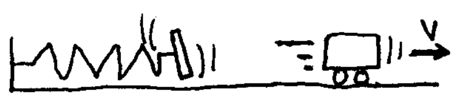
2ª FUERZA CONSERVATIVA: La Fuerza de un Resorte

Suponé que tengo un resorte comprimido una distancia Δx :



El tipo en esa situación tiene almacenada una energía elástica que vale $\frac{1}{2}$ K.(Δx)^2.
¿ Qué pasa ahora si saco la traba y dejo que el resorte se descomprima ?
Rta: Bueno, lo que va a pasar es que el resorte va a empujar al cuerpo.

Haciendo un razonamiento parecido al que hice antes con la fuerza peso, puedo llegar a la conclusión de que el carrito no pierde ni gana energía mientras actúa la fuerza del resorte. ¿ Por qué ?
Porque al principio el resorte tenía una energía elástica que valía $\frac{1}{2}$ K.(Δx)^2. Una vez que el tipo se descomprime, toda esa energía se transforma en energía cinética.
No se si me seguiste. Lo que quiero decir es esto. Mirá el dibujo:



← Así está la cosa cuando el resorte se descomprime.

La fuerza que hace el resorte para empujar al cuerpo **no** hace que aumente o disminuya la energía mecánica del sistema. Esta fuerza solamente hace que la Energía elástica se transforme en Energía cinética. Mientras la fuerza del resorte actúa, la E_{mec} del sistema se conserva.
Entonces la fuerza del resorte, qué es ? Respuesta: Una fuerza **<u>conservativa</u>**.

¿ <u>CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE CONSERVACIÓN DE ENERGÍA</u> ?

Hay dos tipos de problemas que te pueden tomar. O la energía se conserva o la Energía no se conserva. Entonces tenemos dos casos posibles. Fijate:

1) - Problemas en donde **<u>se conserva</u>** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso 1.
2) - Problemas en donde **<u>NO se conserva</u>** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso 2 .

Si los tipos te toman un problema en el examen, éste tendrá que ser caso 1 o caso 2. Otra posibilidad no hay. Voy ahora a explicarte como se resuelven los problemas tipo 1, es decir, los problemas de conservación.

Tipo de Problema	Conclusión	Se plantea que:
Caso 1 – Conservación. Sólo hay fuerzas **conservativas. No hay** rozamiento ni ninguna otra fuerza rara que quite o entregue energía.	La energía mecánica del sistema <u>se conserva</u>. La energía mecánica final será igual a la inicial.	$E_{MECf} = E_{MEC0}$

Supongamos que te cae un problema <u>caso 1</u>. Tu manera de razonar tiene que ser algo de así: (Leer) Bueno, en este problema veo que no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza rara que esté entregando o quitando energía al sistema. Todas las fuerzas parecen ser conservativas. Por lo tanto al no haber fuerzas <u>NO</u> conservativas, la energía mecánica se tendrá que conservar. Lo que tengo que plantear entonces es que:

$$E_{MEC_f} = E_{MEC_0} \quad \leftarrow \text{CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA}$$

Ahora elijo el nivel cero de energía potencial y escribo que toda la energía que hay al final tiene que ser igual a la que había al principio:

$$E_{CF} + E_{PF} + E_{EF} = E_{C0} + E_{P0} + E_{E0}$$

Tacho las energías que son cero y reemplazo las otras por lo que corresponda. Es decir, reemplazo la E_c por $\frac{1}{2}\, m \cdot v^2$ y la E_p por $m \cdot g \cdot h$. Haciendo cuentas despejo lo que me piden.

Voy a resolver ahora algunos problemas de conservación para que veas cómo es el asunto. Son ejemplos fáciles. Pero miralos porque estos ejercicios fáciles son la base para otros ejercicios difíciles.

EJEMPLOS DE PROBLEMAS DE CONSERVACIÓN DE ENERGÍA

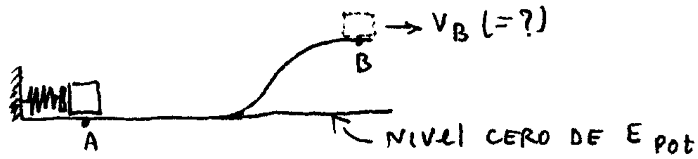
1 – Un resorte se encuentra comprimido una distancia ΔX. Se libera el resorte y este empuja un cuerpo de masa m. El cuerpo sube la montaña y pasa por el punto B como indica la figura. Calcular con qué velocidad pasa el cuerpo por el punto B .

Datos: $K = 100$ N/m , $\Delta X = 0{,}8$ m, $m = 2$ kg. No hay rozamiento.

En este caso no hay rozamiento ni ninguna fuerza rara. Por lo tanto, la energía mecánica del sistema se tendrá que conservar. Voy a plantear el teorema del trabajo y la energía mecánica entre los puntos A y B. Planteo que:

$$E_{MEC\ A} = E_{MEC\ B}$$

Elijo el nivel cero para la energía potencial abajo de todo.



Me queda:

$$\overset{0}{\cancel{E_{cA}}} + \overset{0}{\cancel{E_{pA}}} + E_{EA} = E_{cB} + E_{pB} + \overset{0}{\cancel{E_{EB}}}$$

Cuerpo quieto $h_A = 0$ No hay resorte

$$\tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Reemplazando: $\Rightarrow \tfrac{1}{2} 100 \dfrac{N}{m} (0{,}8m)^2 = \tfrac{1}{2}\ 2\ Kg.V_B{}^2 + 2\ Kg.10 \dfrac{m}{s^2} \cdot 1m$

$$\rightarrow\ 32\ N.m = 1\ kg\ .V_B{}^2 + 20\ kg.m/s^2$$

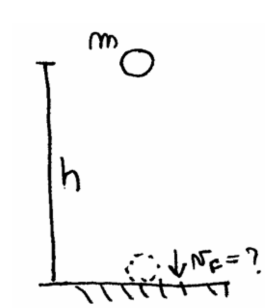
$$\Rightarrow\ 32\ Kg \frac{m^2}{s^2} - 20\ Kg \frac{m^2}{s^2} = 1\ Kg \times V_B{}^2$$

$$\rightarrow\ 12\ kg.m^2/s^2 = 1\ kg\ .V_B{}^2$$

$\rightarrow$ $\underline{V_B = 3{,}46\ m/s}$ $\longleftarrow$ Velocidad del tipo en el punto B.

---

2 – Se deja caer un cuerpo de una altura h = 5 m como indica la figura. Calcular con qué velocidad llega al suelo.



Solución: Este problema es una caída libre. En vez de resolverlo por cinemática, lo voy a resolver ahora por trabajo y energía. Fijate. La única fuerza que actúa durante la caída es el peso, que es conservativa.

Quiere decir que este problema la energía se va a conservar. Es un caso 1. Planteo:

$$E_{M_F} = E_{M_0}$$

La energía mecánica abajo es sólo cinética. No hay energía potencial. La energía mecánica arriba es sólo potencial. No hay energía cinética. Entonces :

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_F^{\,2} = \cancel{m}\, g\, h \quad \Rightarrow \quad v_F = \sqrt{2\, g\, h}$$

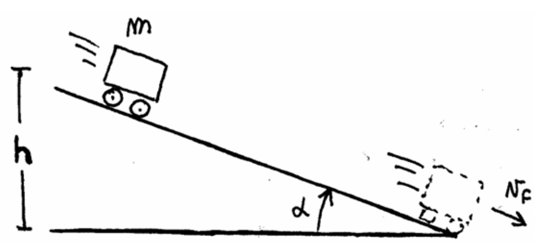
La masa se simplificó. La velocidad de caída no depende de la masa del cuerpo. Haciendo las cuentas: $V_F = \sqrt{2 \,.\, 10\ \mathrm{m/s^2} \,.\, 5\mathrm{m}} = 10\ \mathrm{m/s}$

$$\Rightarrow \boxed{v_F = 10\ \frac{m}{s}} \Leftarrow$$ VELOCIDAD FINAL CON QUE TOCA EL PISO

Fijate que este resultado es el mismo que hubiera obtenido si resolvía el problema por cinemática.

---

3 – Se deja caer un cuerpo por un plano inclinado de altura h = 5 m como indica la figura. Calcular con qué velocidad llega a la base del plano.



Solución: Este problema es una caída por un plano. Se podría resolver por cinemática. (es un poco largo pero se puede hacer. Primero habría que calcular la aceleración que tiene el cuerpo mientras va cayendo por el plano inclinado). Lo voy a resolver ahora por trabajo y energía. Fijate. La única fuerza que actúa durante la caída es el peso, que es conservativa. Quiere decir que este problema la energía se va a conservar.
Es un caso 1. Planteo:

$$E_{M_F} = E_{M_0}$$

La energía mecánica abajo es sólo cinética. No hay energía potencial. La energía mecánica arriba es sólo potencial. No hay energía cinética. Entonces :

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_F^2 = \cancel{m} g h$$

$$\Rightarrow v_F = \sqrt{2 g h}$$

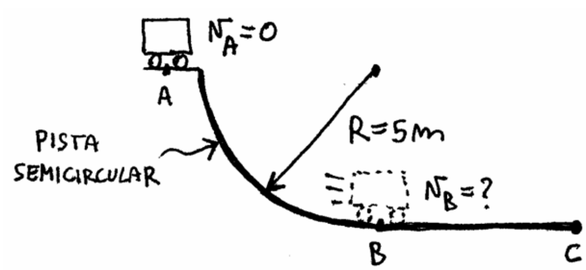
Haciendo las cuentas $V_F = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 5\text{m}} = 10$ m/s

$$\Rightarrow \underline{v_F = 10 \frac{m}{s}} \Leftarrow$$ VELOCIDAD FINAL CON QUE LLEGA A LA BASE

Fijate que este resultado es el mismo que obtuve para el problema anterior...
¿ Casualidad ? Hummmm.... suena raro, no ? Ahora vamos a ver si es casualidad o no.

---

4 – Se deja caer un cuerpo por un pista semicircular de radio R = 5 m como indica la figura. Calcular con qué velocidad llega a la base del plano (punto B). Calcular también su velocidad en el punto C.



El planteo es parecido al de los dos problemas anteriores. Veo que no actúan fuerzas no conservativas. Entonces puedo poner que $E_{MF} = E_{M0}$. Y también, como en los problemas anteriores, la energía mecánica abajo es sólo cinética. No hay energía potencial. La energía mecánica arriba es sólo potencial. No hay energía cinética.

Entonces :

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_F^2 = \cancel{m} g h$$

$$\Rightarrow v_F = \sqrt{2 g h}$$

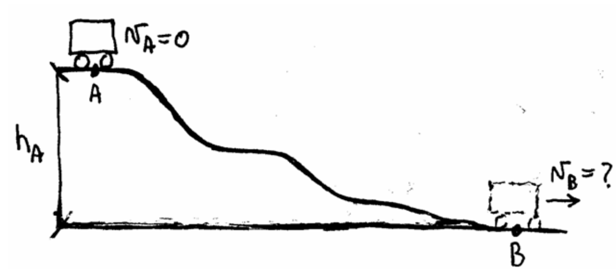
Si te fijás un poco, la altura del punto A es el radio de la pista que es 5 m. Quiere decir que h_A = 5 m. Haciendo las cuentas:

$$\Rightarrow \underline{v_F = 10 \frac{m}{s}} \Leftarrow$$ VELOCIDAD FINAL QUE TIENE EN B

Fijate que otra vez este resultado es el mismo que obtuve para el problema anterior. La velocidad en C va a ser la misma que en B, o sea, 10 m/s. Esto es porque no hay fuerzas no conservativas entre B y C. Entre B y C la energía cinética se tiene que conservar. ➔ $V_B = V_C$

ULTIMO EJEMPLO

5 – Un esquiador se deja caer desde una montaña de h = 5 m como indica la figura. Calcular con qué velocidad llega a la base de la montaña (punto B).



El dibujo del esquiador me salió medio cuadrado. ¿ Te imáginás cuál va a ser el resultado de este problema ? **Rta**: Efectivamente, V_B = 10 m/s.

¿ Por qué pasa esto de que la velocidad da siempre lo mismo ? ¿ Es casualidad ?

Rta: No, no es casualidad. El asunto es así: Un cuerpo que está a 5 m de altura, llega al piso siempre con la misma velocidad. No importa si cae en caída libre, en un plano inclinado, en una pista circular o por una montaña de nieve. Mientras no haya rozamiento, la velocidad final va a ser siempre la misma. Esto pasa porque toda la energía que el cuerpo tiene arriba es energía potencial. Esa energía potencial se transforma en cinética. Entonces, caiga el cuerpo como caiga y caiga quién caiga, la velocidad abajo será siempre la misma.

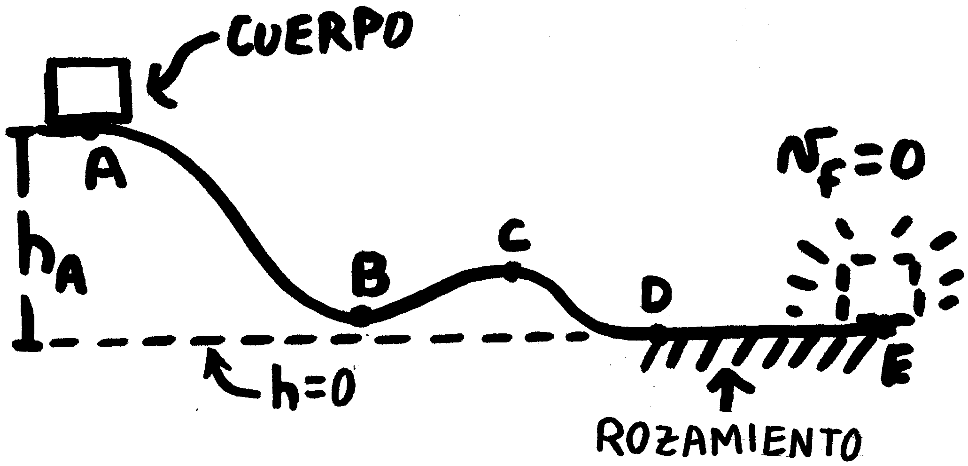
Pregunta: ¿ Se pueden resolver por cinemática los 2 últimos ejemplos ? (Pista circular y esquiador en la montaña). Probá hacerlos y decime si te salen.

Resumiendo, para resolver este tipo de problemas se inventó el método de Trabajo y Energía. Trabajo y energía es un método para resolver problemas de cinemática y dinámica pero por un camino más corto.

FIN CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

TRABAJO Y ENERGÍA

FUERZAS NO CONSERVATIVAS



$$L_{F\ NO\ CONS.} = E_{M_E} - E_{M_A}$$

$$- f_{roz_D} \cdot d_{DE} = 0 - mgh_A$$

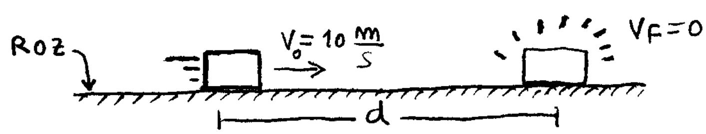
FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Una fuerza es no conservativa cuando hace que la energía del sistema no se conserve. Es decir, yo tengo un sistema con una determinada energía mecánica inicial. Digamos 100 Joule. Ahora hago que actúe la fuerza. Si cuando la fuerza dejó de actuar, la E_{mec} del sistema es de más de 100 Joule o es de menos de 100 J, entonces esa fuerza es **No-conservativa**.

Las fuerzas **no** conservativas lo que hacen es que el sistema gane o pierda energía mecánica. Que un sistema pierda energía no es muy raro, pero que un sistema... ¿ gane energía ?... ¿ Cómo es eso ? Momento. Vamos por partes.

1ª FUERZA NO CONSERVATIVA: El Rozamiento

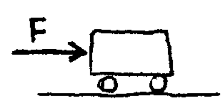
Suponé que tiro una cosa por el piso con una velocidad de 10 m/s. Si hay rozamiento, después de recorrer unos metros se va a parar.



Inicialmente el tipo venía con v = 10 m/s y su energía cinética era $\frac{1}{2}$ m . (10 m/s $)^2$.
Al final, el tipo queda quieto y su energía cinética final es cero.
¿ Dónde fue toda la energía que el tipo tenía al principio ?
Rta: Se la comió el rozamiento. El rozamiento hizo que el sistema perdiera energía.
La E_{mec} no se conservó. Por lo tanto: **El rozamiento es una fuerza NO conservativa**.

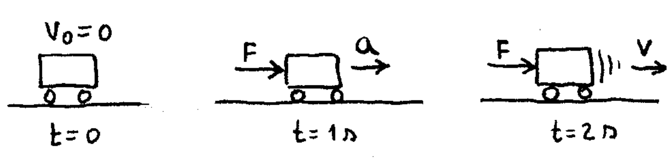
2ª FUERZA NO CONSERVATIVA: Una Fuerza Exterior.

Una fuerza exterior es una fuerza es una fuerza que viene de afuera. Podés imaginarte a esta F como la fuerza que hace una cañita voladora o un tipo que empuja o el viento o algo así.



← Una fuerza exterior.

Ahora pensá esto: Suponé que el carrito está quieto y la fuerza exterior F empieza a actuar. ¿ Qué pasa ?
Rta: Pasa que el carrito se empieza a mover. (Empieza a acelerar).



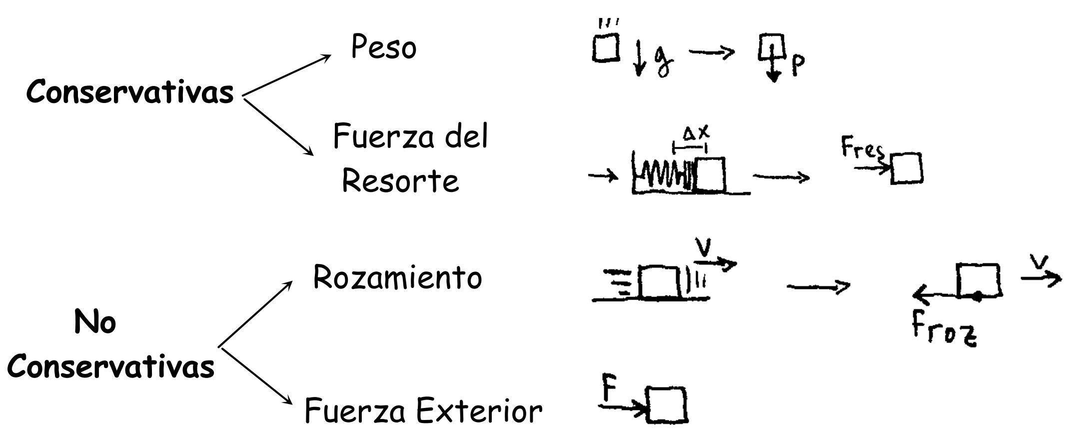
← F empuja y el tipo se mueve.

Inicialmente la E_{cin} del carrito vale cero y al final NO. ¿ Quién hizo que aumentara la energía del sistema ?
Rta: La fuerza F. Efe recorrió una distancia **d**, hizo un trabajo que vale F . d y entregó ese trabajo al carrito. Ahora el tipo lo tiene almacenado en forma de energía cinética. F entregó energía al sistema. La E_{mec} aumentó y no se conservó. Por lo tanto, **una fuerza exterior es una fuerza NO conservativa**.

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS - RESUMEN

Básicamente y sin hilar fino te digo esto: En la mayoría de los problemas todas las fuerzas a la larga terminan siendo conservativas, salvo el rozamiento y una fuerza F exterior. Es decir, o son conservativas o a la larga no realizan trabajo.

Saber esto viene muy bien para resolver los problemas. Pero ojo, esto no es absolutamente siempre así. Esto pasa en la mayoría de los casos, **PERO NO SIEMPRE**. (Atento). Puede haber algún caso raro donde la normal o la tensión de la cuerda (por ejemplo) sean fuerzas NO conservativas.
Lo que sí tenés que saber es que las que siempre son conservativas **sí o sí** son la fuerza peso y la fuerza del resorte. Resumamos esto en un cuadrito:



Hay otras fuerzas conservativas y hay otras fuerzas no-conservativas. Pero para los problemas que vos vas a tener que resolver, con esto alcanza.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA ← VER

Con la cuestión de fuerzas conservativas y no conservativas llegué a la siguiente conclusión: Hay dos casos posibles: o sobre el sistema actúan fuerzas conservativas o sobre el sistema actúan fuerzas no conservativas. Analicemos estos 2 casos :

CASO UNO

Actúan sólo fuerzas conservativas y se conserva la E mecánica del sistema.

* Si sobre el sistema que me dan actúan fuerzas que son todas conservativas

$$\xrightarrow{\text{Se cumple}} \Delta E_{mec} = 0 \xrightarrow{\text{Es decir}} \boxed{E_{Mf} = E_{M0}}$$

LA ENERGÍA MECÁNICA NO VARÍA

CASO DOS:

Sobre el sistema actúan fuerzas no conservativas. La energía mecánica **NO** se conserva. Habrá una disminución o un aumento de la E_{mec} del sistema.

* Si sobre el sistema que me dan actúan fuerzas que son **NO** conservativas .

$$\xrightarrow{\text{Se cumple}} \Delta E_{mec} \neq 0 \xrightarrow{\text{Es decir}} \boxed{E_{m\,f} \neq E_{m\,0}}$$

LA ENERGÍA MECÁNICA VARÍA

¿ Quién provoca ese cambio en la energía del sistema ?

Rta: Bueno, ya quedamos en que es la fuerza no conservativa. La fuerza no conservativa (sea el rozamiento o sea una fuerza F exterior) hace un trabajo que hace que aumente (o disminuya) la E_{mec} del sistema. Ahora bien... ¿ Y cuánto vale esa variación de la E_{mec} ?

Rta: ¡ Justamente vale el trabajo que hace la fuerza no conservativa !

Es decir, si tengo un sistema que tiene una energía mecánica de 100 Joule y después de que actúa una fuerza exterior veo que la energía mecánica es de 120 J, digo entonces que el trabajo que hizo la fuerza exterior vale 20 Joule. Conclusión: (Muy importante)

VER

El trabajo realizado por una fuerza **NO** conservativa es igual a la variación de la energía mecánica del sistema.

← Enunciado del teorema del Trabajo y la Energía Mecánica.

En forma matemática esto se suele poner así:

$$\boxed{L_{F\ No\text{-}Cons} = E_{Mf} - E_{M0}} \Longleftarrow \text{Teorema del L y la E. Mecánica.}$$

Esta fórmula se lee así: Cuando en un sistema actúa una fuerza NO-conservativa, al final el sistema va a tener mas energía que al principio o menos energía que al principio. La energía que falta o sobra con respecto a la E_{mec} que había al principio es igual al trabajo que hizo la fuerza no-conservativa. (Punto).

¿ CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE TRABAJO Y ENERGÍA ?

Bueno, tengo 2 casos posibles: Problemas en donde **se conserva** la energía mecánica y problemas en donde **NO se conserva** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso 1 (conservación) y problemas caso 2 (No conservación). Si te toman un problema de energía, éste tendrá que ser caso 1 o caso 2. Otra posibilidad no hay. Es decir que tengo estas dos situaciones:

Tipo de Problema		Conclusión	Se plantea que:
Caso 1	Sólo actúan fuerzas **conservativas**, es decir, no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza exterior.	La energía mecánica del sistema se conserva. La energía mecánica al final es igual a la inicial.	$E_{mec\,f} = E_{mec\,0}$
Caso 2	Actúa por lo menos una fuerza **NO conservativa**, es decir, el rozamiento o una fuerza exterior F.	La energía mecánica del sistema NO se conserva. La energía mecánica final **NO ES** igual a la inicial.	$L_{F\ no\ cons} = E_{mf} - E_{m0}$

Supongamos que te cae un problema caso 2. Tu manera de razonar tiene que ser esta: Bueno, veo que en este problema actúa una fuerza NO conservativa que es el rozamiento (o una fuerza F exterior). De acá saco como conclusión que en este problema la energía mecánica **no se va a conservar.** Voy a plantear entonces que:

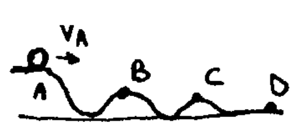
$$L_{F\ no\ cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}$$

Ahora elijo el nivel de referencia para la energía potencial y escribo que:

$$L_{F\ no\ cons} = \overbrace{E_{cf} + E_{pf} + E_{E\,f}}^{E\,m_f} - (\overbrace{E_{c0} + E_{p0} + E_{E0}}^{E\,m_0})$$

Se tachan las energías que son cero, se reemplaza todo lo demás por los datos del problema y de ahí uno despeja lo que le piden.

* **NOTA** : Algunos problemas tienen varios tramos. Eso pasa mucho en los problemas de montaña rusa de este tipo:



En situaciones como estas puede ser que haya que plantear el teorema del trabajo y la

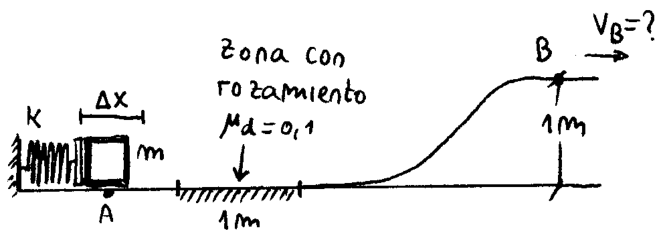
energía mecánica varias veces (Por ejemplo 1ro entre A y B, después entre B y C, etc). Entonces habrá varios estados iniciales y varios estados finales, de manera que en vez hablar de E_{M0} convendrá hablar de E_{MA} (por ejemplo) y en vez de poner E_{Mf} va a ser mejor poner E_{MB} .(Esto sería cuando planteo el teorema entre A y B). Cuando lo planteo entre B y C pondré E_{MB} en vez de E_{M0}, y E_{MC} en vez de E_{Mf}.
Vamos a un par de ejemplos que te pueden aclarar un poco el asunto

---

EJEMPLO DE UN PROBLEMA CASO 2 (NO CONSERVACIÓN)

EL RESORTE COMPRIMIDO SE DESTRABA EMPUJANDO A LA MASA m COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR CON QUÉ VELOCIDAD PASA EL CUERPO POR EL PUNTO B.

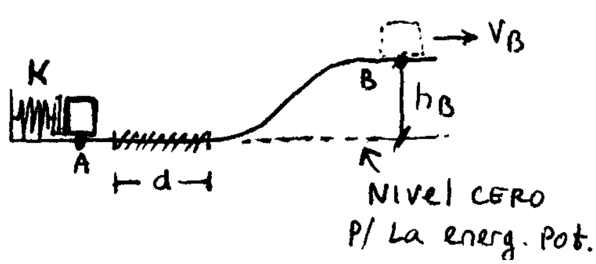
Datos: $K = 100\ \frac{N}{m}$; $\Delta x = 0{,}8m$; $m = 2\ Kg$



Veo que en este problema actúa una fuerza **no conservativa** que es el rozamiento, es decir que acá, la Energía mecánica no se va a conservar. Voy a plantear entonces que:

$$L_{No\ cons} = \Delta E_{mec}$$

Aplicando el teorema entre los puntos A y B me queda:



Entonces:

$$L_{F\ No\ cons} = E_{mB} - E_{mA}$$

$$\Rightarrow L_{F\ roz} = E_{mB} - E_{mA}$$

$$-F_{roz} \cdot d = E_{cB} + E_{pB} + \overset{0}{\cancel{E_{EB}}} - \left(\overset{0}{\cancel{E_{cA}}} + \overset{0}{\cancel{E_{pA}}} + E_{EA} \right)$$

Ver

No hay resorte

$v_A = 0$

$h_A = 0$

$$-\mu_d \cdot \overbrace{mg}^{N} \cdot d = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v_B{}^2 + m \cdot g \cdot h_B - \tfrac{1}{2}\, \kappa \cdot (\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow\ -0{,}1 \times 2\ Kg \times 10 \frac{m}{s^2} \times 1\,m = \tfrac{1}{2}\, 2\ Kg \times V_B{}^2 + 2\ Kg \times 10 \frac{m}{s^2} \times 1m - \tfrac{1}{2}\, 100 \frac{N}{m} (0{,}8\ m)^2$$

$$\Rightarrow -2\ J = 1\ Kg.V_B{}^2 + 20\ J - 32\ J$$

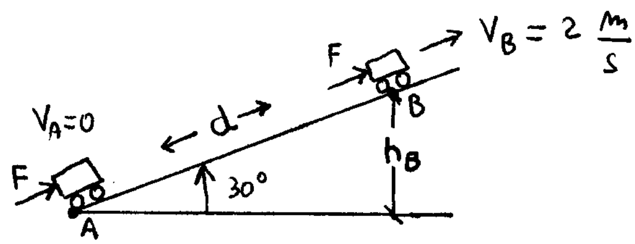
$$\rightarrow 10\ J = 1\ kg \times V_B{}^2$$

$$\rightarrow \boxed{V_B = 3{,}16\ m/s} \longleftarrow$$ Velocidad del tipo en el punto B.

OTRO EJEMPLO CASO 2

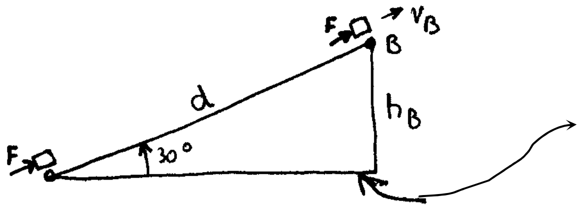
UNA FUERZA F EMPUJA UN CUERPO Y LO OBLIGA A SUBIR POR EL PLANO INCLINADO COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR LA DISTANCIA **d** QUE EL CUERPO RECORRIÓ A LO LARGO DEL PLANO INCLINADO.

DATOS: **F** = 10 N , **M** = 1 Kg .



Solución: En este problema actúa una fuerza no conservativa que es la fuerza exterior eFe. Conclusión: en este problema la energía no se va a conservar. Planteo entonces que:

$$L_{\,No\ cons} = \Delta E_{mec} \quad \rightarrow \quad L_{F\ no\ cons.} = E_{mB} - E_{mA}$$



Escribo el teorema entre los puntos A y B. Me queda :

$$L_{de\,F} = E_{cB} + E_{pB} + \cancel{E_{EB}}^{\,0} - \left(\cancel{E_{cA}}^{\,0} + \cancel{E_{pA}}^{\,0} + \cancel{E_{EA}}^{\,0}\right)$$

No hay resorte — $v_A = 0$ — $h_A = 0$ — No hay resorte

$$\Rightarrow\quad F \times d = \tfrac{1}{2}\, m \times V_B{}^2 + m.g.h_B$$

$$\Rightarrow\quad 10\ N \times d = \tfrac{1}{2}\ 1\ Kg \times (2\,m/s)^2 + 1\ Kg.10 \frac{m}{s^2}.h_B$$

$$\Rightarrow\ 10\frac{Kg\ m}{s^2}\times \underline{\underline{d}} = 2\ Kg\frac{m^2}{s^2} + 10\frac{Kg\ m}{s^2}\times \underline{\underline{h_B}}$$

Esta ecuación tiene 2 incógnitas que son h_B y d. Pero h_B y d están relacionadas por trigonometría. (Por favor recordá este truco porque se usa mucho).

$\longleftarrow$ $d.\,sen\ \alpha = h_B$

Reemplazando:

$$\Rightarrow 10\ \frac{Kg\ m}{s^2}\times d = 2\ Kg\frac{m^2}{s^2} + 10\frac{Kg\ m}{s^2}\times\Big(\ \overbrace{d\,\underbrace{sen(30°)}_{0,5}}^{h_B}\ \Big)$$

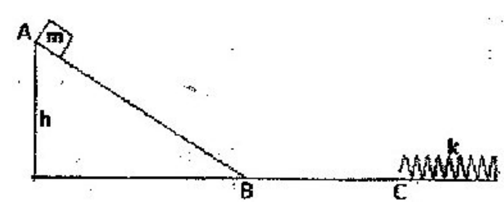
$$\Rightarrow\ \ 10\ \frac{Kg\ m}{s^2}\times d = 2\ Kg\frac{m^2}{s^2} + 5\ \frac{Kg\ m}{s^2}\times d$$

$$\Rightarrow\ \ 5\ \frac{Kg\ m}{s^2}\times d = 2\ Kg\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow\ \ \underline{d = 0{,}4\ m}\qquad \leftarrow\ \text{Distancia que recorre el cuerpo.}$$

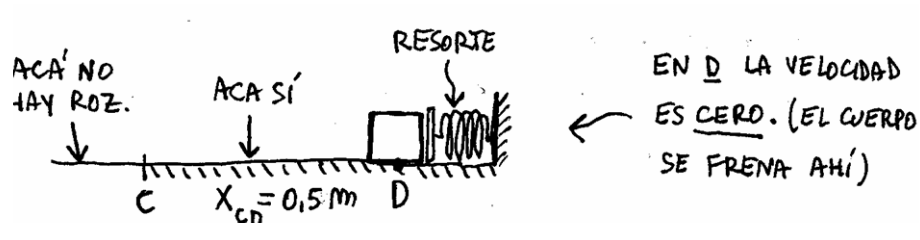
UN PROBLEMA DE PARCIAL

UN CUERPO DE MASA 2 kg DESCIENDE POR UN PLANO INCLINADO AB CON ROZAMIENTO, PASA POR LA POSICIÓN A (h_A = 4 m) CON UNA VELOCIDAD DE 5 m/s Y LLEGA A LA BASE DEL PLANO CON UNA VELOCIDAD DE 8 m/s. LUEGO CONTINÚA POR UN PLANO HORIZONTAL HASTA CHOCAR CON UN RESORTE DE CONSTANTE K. SABIENDO QUE ENTRE B Y C NO HAY ROZAMIENTO Y A PARTIR DE C SÍ EXISTE ROZAMIENTO DE CONSTANTE DINÁMICA 0,4 . HALLAR:



a) LA CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE SABIENDO QUE EL MÁXIMO ACORTAMIENTO DEL MISMO ES 0,5 m.
b) EL TRABAJO DE LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO ENTRE A Y B Y EL TRABAJO DE LA FUERZA ELÁSTICA EFECTUADO POR EL RESORTE HASTA QUE EL CUERPO SE DETIENE COMPRIMIENDO EL RESORTE AL MÁXIMO.

Solución: Voy a agregar un punto más al recorrido. Voy a poner el punto D que corresponde al resorte totalmente comprimido. En D el cuerpo está quieto, o sea, V = 0. Mirá el dibujo:



Fijate que como entre B y C no hay rozamiento, el cuerpo llega hasta C con la velocidad con la que salió de B, o sea 8 m/s. La variación de energía mecánica entre C y D es igual al trabajo del rozamiento:

$$L_{Froz} = \Delta E_M{}^{CD}$$

$$L_{Froz} = E_{CF} + E_{PF} + E_{EF} - (E_{C0} + E_{P0} + E_{E0})$$

En D toda la energía es potencial elástica y en C es cinética. Usando las definiciones de las energías y la fuerza de rozamiento tengo:

$$- F_{ROZ} \cdot d = E_{elas\ F} - E_{CIN\ 0}$$

$$- \mu_d\, N\, \Delta x = \tfrac{1}{2}\, K\, \Delta x - \tfrac{1}{2}\, m\, v^2$$

$$- \mu_d\, m\, g\, \Delta x = \tfrac{1}{2} (K\, \Delta x - m\, v^2)$$

En toda esa ecuación la única incógnita es K. Hacemos las cuentas y llegamos a:

$$\underline{\mathbf{K = 480\ N/m}}$$

Para calcular el trabajo de la fuerza elástica usamos la fórmula:

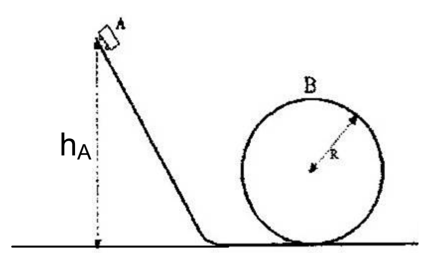
$$\Delta E_P{}^{CD} = - L_C.$$

En C no hay energía potencial elástica, entonces: $\underline{- L_{Fel} = E_P{}^D}$. Ya tenemos todos los datos. Hago la cuenta y me da:

$$\underline{\mathbf{L_{Fel} = - 60\ J}}$$

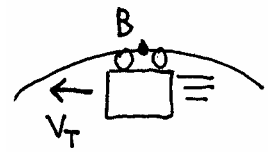
OTRO PROBLEMA DE PARCIAL

SE DEJA CAER EL CARRITO DESDE EL PUNTO A. EL CARRITO ENTRA A LA PISTA CIRCULAR DE LA FIGURA. CALCULAR LA FUERZA QUE EJERCE EL CARRITO SOBRE LA PISTA EN EL PUNTO B.
DATOS: h_A = 5 m, R = 1 m. m_C = 2 kg

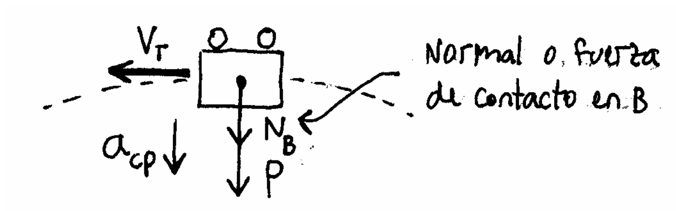


Este el un problema tipo 1, o sea, se conserva la energía. Si bien es un problema de conservación, no es un problema fácil porque combina energía con movimiento circular. Lo que 1ro hay que hacer es dibujar el diagrama de cuerpo libre en el punto B.
Vamos:

En el punto B tengo al carrito moviéndose patas para arriba, Sería una cosa así:



En base a esto hago el diagrama de cuerpo libre. Esto hay que pensarlo un poco. Estamos en movimiento circular y movimiento circular son palabras mayores. Y si lo pensás un poco, probablemente coincidas conmigo en que el diagrama tiene que quedar así:



La fuerza que el carrito ejerce sobre la pista es la reacción a la N_B que yo puse en el dibujo. Esta N_B es la normal, también llamada fuerza de contacto en el punto B. Planteo la ley de Newton para el movimiento circular :

$$\Sigma F_{\text{EN DIRECCIÓN RADIAL}} = m \cdot a_{CP}$$

Me queda:

$$N_B + P = m \cdot a_{CP} \Rightarrow N_B = m\, a_{CP} - mg$$

$$\Rightarrow N_B = m \frac{V_{T_B}^2}{R} - mg \qquad (1)$$

Si pensás un poco, te vas a dar cuenta de que lo único que falta en esta ecuación es la velocidad tangencial en el punto B. La puedo calcular planteando conservación de energía entre los puntos A y B.

$$E_{MEC_F} = E_{MEC_0} \leftarrow \text{CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA}$$

$$\rightarrow E_{CIN\,B} = E_{POT\,A}$$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_F^2 \Rightarrow v_F = \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow \underline{v_F = 10 \frac{m}{s}} \Leftarrow$$

VELOCIDAD DEL CARRITO EN EL PUNTO B

Reemplazando esta velocidad en la ecuación (1) calculo la fuerza de contacto entre el carrito y la pista :

$$N_B = m \frac{V_{TB}^2}{R} - mg$$

$$\Rightarrow N_B = 2\ kg\ .\ (\ 10\ m/s\ )^2\ /\ 1\ m - 20\ N$$

$$\Rightarrow \underline{N_B = 180\ N}$$

Esta N_B Es la fuerza que **LA PISTA** ejerce sobre **EL CARRITO**. Va así: ⇩ . Pero ellos no piden calcular N_B. Piden calcular la fuerza que **EL CARRITO** ejerce sobre **LA PISTA**. Es decir, están pidiendo LA REACCIÓN a N_B. La reacción a N_B vale lo mismo que N_B pero apunta para el otro lado. Es decir, ⇧así:

Rta: La fuerza que el carrito ejerce sobre la pista vale 180 N (Así ⇧)

Algo que a veces suelen preguntar es cuál debería ser la altura mínima del punto A para que el carrito logre dar la vuelta entera sin despegarse del riel. Esta pregunta es la pregunta del millón. La gente suele decir : Bueno, es muy fácil. Si la altura del punto B son 2 m (= 2 R) entonces la altura del punto A deberá ser también de 2 m.
¿ Rta ? NO.
La altura mínima del punto A para que el carrito pueda dar la vuelta entera tiene que ser **MAYOR** a 2 m. ¿ Te animás a plantearlo ?
(Ojo con lo que vas a hacer. Esta es una pregunta para expertos)

Dejame hacerte algunas aclaraciones sobre el tema trabajo y energía. Para entender bien todo esto no alcanza con leerlo de acá. Tenés que ponerte y resolver muchos problemas. Es la única manera. Más adelante vas a ver que en realidad todos los problemas se parecen y que todo el asunto consiste en plantear $E_{m\ f} = E_{m\ 0}$ para los problemas caso 1 y $L_{F\ no\ cons} = E_{m\ f} - E_{m0}$ para los problemas caso 2. Es más, uno puede considerar que todos lo problemas son caso 2, sólo que en algunos **no hay fuerzas no conservativas** y entonces $L_{F\ no\ cons} = 0$ (Que es lo mismo que decir $E_{mf} = E_{m0}$).

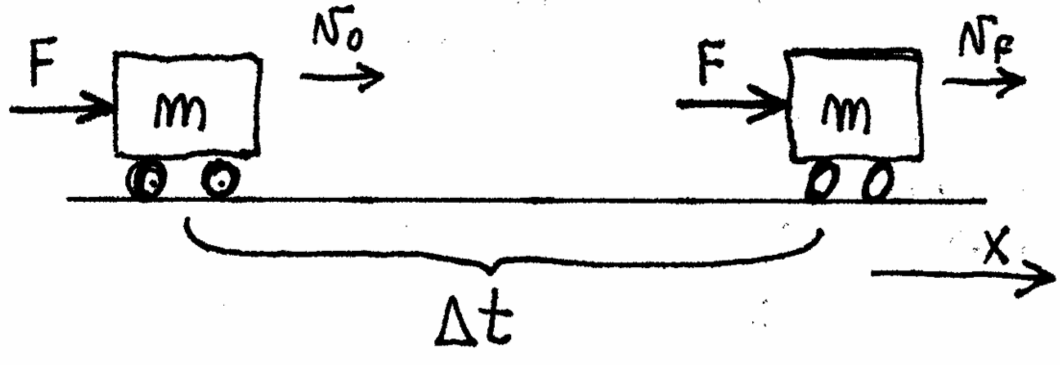
Los casos 2 generalmente son más difíciles porque tienen rozamiento o fuerzas raras. Probá empezar con los casos 1, que suelen ser más fáciles.

Otra cosa. No te olvides de hacer problemas que combinan energía con movimiento circular. (Rulos, montañas rusas, péndulos y cosas por el estilo). Son muy tomados.

Repito, el truco para entender trabajo y energía es resolver muchos problemas. Hacé los ejercicios de la guía, buscate problemas de otro lado. Conseguí parciales viejos. Vas a ver que con el tiempo todos los problemas te van a parecer iguales.

Fin de la Teoría de Trabajo y Energía.
Próximo tema: Choque.

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO



$$F \cdot \Delta t = m\,v_F - m\,v_0$$

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Tengo una buena noticia para vos y es que el tema de impulso y cantidad de movimiento no es difícil.

Los pasos que tenés que seguir para entender este tema son estos:

1. Leé con atención toda la explicación que pongo acá.
2. Mirá bien los ejemplos que doy.
3. Fijate cómo los resolví.
4. Agarrá la guía y resolvé 10 problemas **vos solo**.

Con esto alcanza. Empiezo. Titulo:

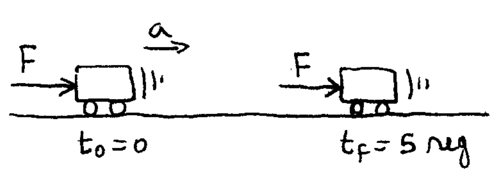
IMPULSO DE UNA FUERZA

A veces al impulso se lo pone con la letra I. Pero parece que en algunos idiomas la Jota es una I. Así que más bien se lo suele poner con la letra Jota.
Vamos a la definición de Impulso: Si una fuerza actúa durante un tiempo Δt, el impulso ejercido por F vale **efe** $\times$ **delta t**. Lo escribo :

$$\boxed{J = F \times \Delta t}$$ ⟵ Impulso ejercido por una fuerza F.

Ejemplo

UNA FUERZA DE 10 NEWTON EMPUJA UN CARRITO DURANTE 5 SEGUNDOS. CALCULAR EL IMPULSO EJERCIDO POR F.



⟵ $F = 10\ N$
$\Delta t = 5\ s$

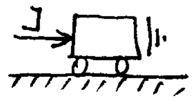
Entonces: $J = F.\Delta t = 10\ N.5\ s$

$\Rightarrow$ $\underline{J = 50\ Ns}$ ⟵ Impulso ejercido por **F**.

Fijate que J se mide en unidades de Fuerza por unidades de tiempo, es decir, Newton × seg. Si al Newton lo pongo como 1 Kg . m / s ^{2} me queda que:

$$[\ J\ ] = \text{Newton} \times \text{seg} = \text{Kg} \times \frac{m}{s} \longleftarrow$$ Unidades del impulso

Ojo, el impulso es un **vector**. Tiene punto de aplicación, sentido y módulo. Por eso se lo representa por una flecha así:



⟵ Un cuerpo al que se le aplica un impulso.

Por ser vector habría que poner siempre J con flechita arriba. Yo lo voy a poner siempre sin flechita, pero vos tenés que saber que es un vector.

Ojo con el signo de jota. Si yo tomé mi sistema de referencia para allá ➔ y jota va para allá ➔ , será ⊕. Si va al revés será ⊖

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Ellos suelen llamar a la cantidad de movimiento con la letra **P**. No sé por qué eligieron esta letra. La P es incómoda porque se usa para el peso y para la potencia. Pero bueno, así es la cosa. Vamos a la definición. Si un cuerpo de masa **m** se viene moviendo con velocidad **v**, digo que la cantidad de movimiento que tiene vale **eme** por **ve**. O sea:

$$\boxed{P = m \cdot v} \longleftarrow$$ Cantidad de movimiento.

A la cantidad de movimiento se la llama a veces Momento lineal, cantidad de movimiento lineal o también Ímpetu. Estos nombres son muy feos así que yo voy a seguir usando cantidad de movimiento. Pero recordalos. A veces se usan.

Fijate que la cantidad de movimiento se mide en unidades de masa por unidades de velocidad, es decir Kg . m / s. Como 1 Newton es 1 Kg . m/s ^{2}, puedo poner a la cantidad de movimiento también como N × seg. Es decir que el Impulso y la cantidad de movimiento se miden en las mismas unidades (Kg . m / s). El hecho de que las unidades sean las mismas no es casualidad. Después vamos a ver mejor de dónde sale esto.

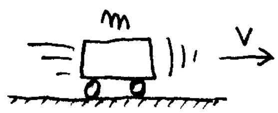
Ojo, la cantidad de movimiento es un **vector**. Tiene dirección, sentido, módulo y punto de aplicación. Yo voy a poner siempre a P sin flechita, pero vos tenés que saber que es vector.

Ojo con el signo de P. Si yo tomé mi sistema de referencia para allá ➔ y P va para allá ➔ será ⊕. Si P va al revés será ⊖.
El vector **P** apunta siempre para el mismo lado que la velocidad. Lo dibujo así:

← Representación de la Cantidad de Movimiento

Ejemplo

EL CUERPO DE LA FIGURA TIENE MASA 10 Kg Y SE VIENE MOVIENDO CON VELOCIDAD 5 m/s. CALCULAR SU CANTIDAD DE MOVIMIENTO.



← $m = 10$ kg
$V = 5$ m/s

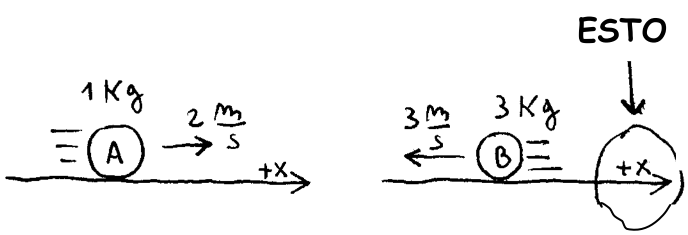
Escribo:

$$P = m \times v = 10\ Kg \times 5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow P = 50\ Kg\ \frac{m}{s}$$ ← Cantidad de Mov. del carrito.

Ejemplo

CALCULAR LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA LOS CUERPOS DE LA FIGURA . ADOPTAR SISTEMA DE REFERENCIA + HACIA LA DERECHA.



← La cantidad de movimiento puede ser positiva o negativa (Atento).

Para cada cuerpo hago la cuenta m.v teniendo en cuenta el signo. Me queda:

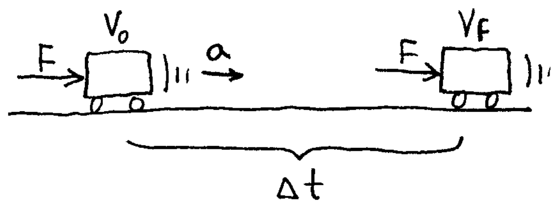
$$P_A = m_A . V_A = 2 \text{ kg.m/s}$$

$$P_B = m_B . V_B = -\ 9 \text{ kg.m/s}$$ ← VER

Repito. Fijate bien el signo de la cantidad de movimiento para el cuerpo B. El B se mueve así ➔. Va al revés del eje x, por lo tanto su cantidad de movimiento es <u>negativa</u>.
(Es decir, lo que es negativo es su velocidad. Por eso m.v da negativo).

RELACIÓN ENTRE EL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ← LEER

Vamos a ver ahora algo importante. El impulso de una fuerza y la cantidad de movimiento están relacionados. De ahí el asunto de que tengan las mismas unidades. Fijate
Imaginate un cuerpo que tiene una fuerza aplicada que actúa durante un tiempo Δt.



← Una fuerza empuja un carrito durante un tiempo Δt.

Podés pensar que esta fuerza es en realidad una cañita voladora que va empujando al cuerpo.

Durante todo el intervalo Δt el tipo va acelerando. Si inicialmente tiene una velocidad v_0, al final tendrá una velocidad v_f. La fuerza que empuja al carrito vale $m \cdot a$.
Entonces:

$$F = m.a \Rightarrow F = m \times \overbrace{\frac{\Delta v}{\Delta t}}^{a}$$

$$\rightarrow F \times \Delta t = m \times \Delta V$$

$$\rightarrow F \times \Delta t = m \,.\, (V_F - V_0)$$

$$\Rightarrow \underbrace{F \times \Delta t}_{J} = \underbrace{m \times v_f}_{P_f} - \underbrace{m \times v_0}_{P_0}$$

Es decir: $\boxed{J = P_f - P_0}$ ← Relación entre J y P.

Ahora, $P_f - P_0$ es delta P. Es decir, J = a la variación de P. Esto explica porque las unidades de J son las mismas que las de P. Ojo. Jota no es P. Jota es la VARIACIÓN de Pe.
La fórmula $J = P_f - P_0$ se lee así :

> Si sobre un cuerpo actúa una fuerza **F** exterior, el impulso aplicado por esta fuerza será igual a la **variación** de la cantidad de movimiento.

← VER ESTO

Este asunto es muy importante desde el punto de vista conceptual. A veces toman preguntas o problemas teóricos. (Choice o cosas así). Muchas de estas preguntas se responden con lo que dice el cuadrito. Y lo que dice el cuadrito es: para que varíe la cantidad de movimiento de un cuerpo, tiene que estar actuando una fuerza exterior.

Voy a resolver algunos problemas para que entiendas como se usa esta formula que dice que $J = P_f - P_0$. Parece simple. Pero hummmmm, vas a ver que este asunto tiene sus vueltas.

Ejemplo

SOBRE UN CUERPO DE m = 2 Kg ACTÚA UNA FUERZA DE 10 N. CALCULAR LA VELOCIDAD QUE TENDRÁ AL CABO DE 10 s. SUPONER VELOCIDAD INICIAL $V_0 = 0$; NO HAY ROZAMIENTO .

Hago un esquema de lo que pasa:

$m = 2$ Kg
$F = 10$ N

Impulso aplicado ⟶ $F \cdot \Delta t = m \cdot v_f - \overbrace{m \cdot \underbrace{v_0}_{0}}^{0}$ ⟵ Variación de la Cantidad de Movimiento.

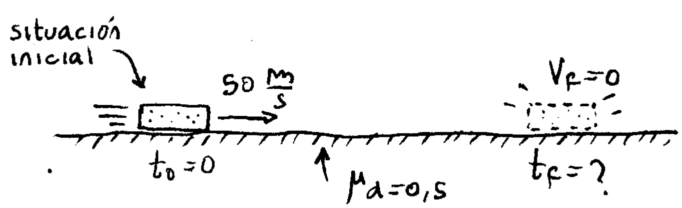
$$\Rightarrow v_f = \frac{F \times \Delta t}{m}$$

$$\Rightarrow v_f = \frac{10\ Kg\ m \times 10\ s}{s^2 \times 2\ Kg}$$

$$\Rightarrow \underline{v_f = 50\ \frac{m}{s}}$$ ⟵ **VELOCIDAD A LOS 10 SEGUNDOS.**

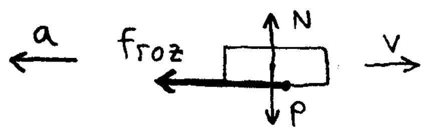
Otro ejemplo

SE TIRA UN LADRILLO CON Vo = 50 m/s. EL PISO TIENE ROZAMIENTO DINAMICO DE COEFICIENTE $\mu_D = 0,5$. CALCULAR CUÁNTO TIEMPO PASA HASTA QUE EL LADRILLO SE FRENA.



⟵ **ESQUEMA.**

Sobre el ladrillo actúa una fuerza exterior que es la fuerza de rozamiento.



← **DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE.**

¿ Cuánto vale esta fuerza de rozamiento dinámico ? Y bueno, $F_{roz} = \mu_d \cdot N$

$$\Rightarrow F_{roz} = \mu_d \times \overbrace{mg}^{N}$$ ← **FUERZA DE ROZAMIENTO.**

Lo que tengo entonces es esto:

El eje que puse me indica para dónde es el sentido positivo. De acuerdo a este eje, el <u>impulso ejercido por F es **negativo**</u> (atento). Entonces:

$$J = P_f - P_0$$

Ver

$$\Rightarrow -F_{roz} \times \Delta t = \cancel{m \times \underbrace{v_f}_{0}} - m \times v_0$$

$$\Rightarrow -\mu_d \times mg \times \Delta t = -m \times v_0$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{v_0}{g \times \mu_d}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{50 \ m/s}{10 \, m/s^2 \times 0{,}5}$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta t = 10 \ seg}$$ ← **TIEMPO QUE TARDA EN FRENAR.**

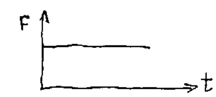
Quiero que notes una cosa: Tanto el primer ejemplo como el segundo se pueden resolver combinando trabajo y energía con cinemática, o dinámica con cinemática. Lo resolví aplicando impulso y cantidad de movimiento para que vieras cómo se usa este nuevo método.

FUERZAS CONSTANTES Y FUERZAS VARIABLES

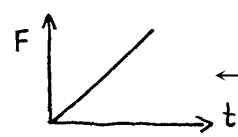
Suponé que un cuerpo se mueve por acción de una fuerza.

Un carrito es empujado por una fuerza **F**.

Si F es constante, el gráfico de F en función del tiempo sería así:

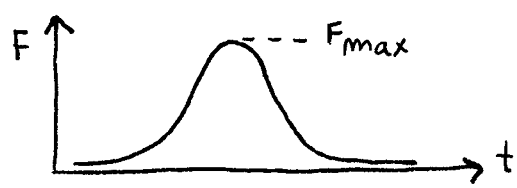


Este gráfico podría corresponder al de la fuerza ejercida por una cañita voladora.
Si la fuerza fuera aumentando con el tiempo tendría algo así:



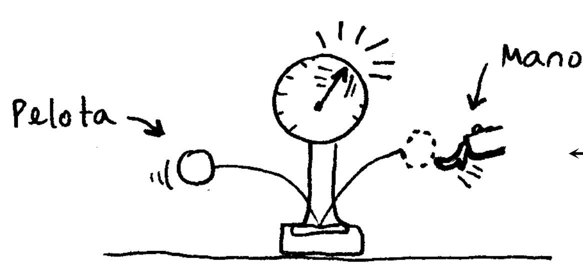
Una fuerza que crece con el tiempo.

Ahora, lo interesante es la fuerza que aparece cuando una cosa choca contra otra .
Esa fuerza tiene esta forma:



FORMA REAL DE LA FUERZA QUE APARECE EN UN CHOQUE

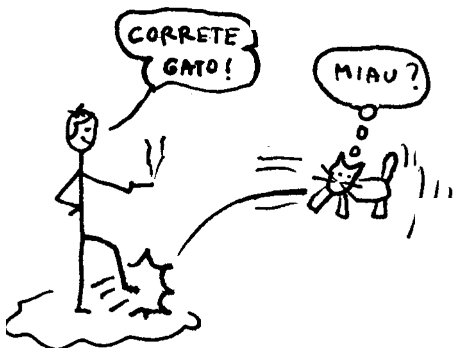
¿ Qué significa este gráfico ?
Rta: Significa que al principio la fuerza que aparece es chica. Después va aumentando hasta llegar a un valor máximo y otra vez vuelve a hacerse más chica. Cuando una pelota golpea una pared, éste es el tipo de fuerza que aparece.
Podés probar esto dejando caer una pelota sobre una balanza. Vas a ver que la aguja llega hasta un valor máximo y después baja.



Durante el choque la aguja no se queda quieta en un lugar.

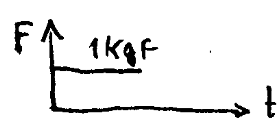
Lo mismo pasa con las fuerzas que ejercen las personas. Estas fuerzas no son constantes y varían aproximadamente según esta forma ➔ ⁀ . Es decir, cero, aumenta – aumenta - aumenta, valor máximo, disminuye - disminuye - disminuye, cero.

Las fuerzas ejercidas de ésta manera duran muy poco y se las suele llamar **fuerzas impulsivas**. Una patada es una fuerza impulsiva. Un golpe o un palazo también.
Acá tenés dos ejemplos de fuerzas impulsivas :

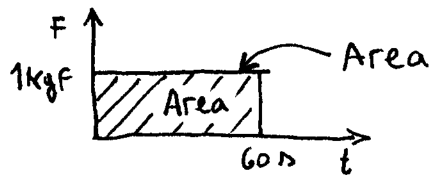


El problema con las fuerzas impulsivas es la duración. Una fuerza de éstas puede durar una décima o una centésima de segundo. Pese a que duran tan poco, su efecto puede ser muy notable porque la fuerza máxima que actúa puede ser muy grande.
¿ A qué voy con todo esto ?
Voy a lo siguiente:
A ver, qué es peor ¿ una fuerza chica actuando durante 1 minuto, o una fuerza muy grande actuando durante una milésima de segundo ?
La respuesta es que no importa sólo la fuerza que actúa ni importa sólo el tiempo que actúa. Importa **el producto fuerza × tiempo**.
¿ Y el producto $F \cdot \Delta t$ qué es ?
Rta: El impulso ejercido.

Es decir, si tengo una fuerza constante de 1 kgf, su gráfico sería algo así:

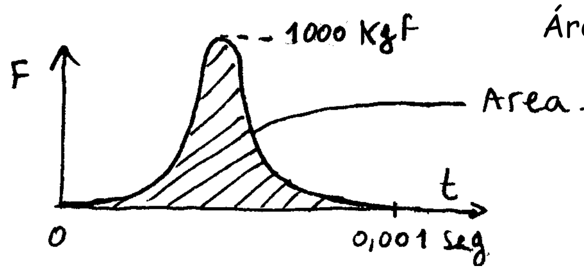


¿ Qué significa el impulso ejercido por esa fuerza en un minuto ? Bueno, el impulso es $F \cdot \Delta t$, de manera que la superficie del gráfico me estaría dando el valor de ese impulso. Fijate:



Área = F × Δt = Impulso ejercido

Ahora, si la fuerza es variable pasa lo mismo. Es decir, la superficie del gráfico me sigue dando el valor del impulso ejercido. Mirá el dibujito :



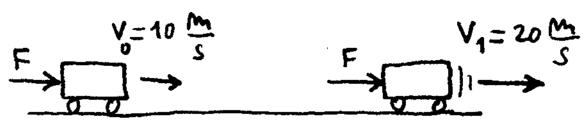
Área = Impulso ejercido.

Entonces, ¿ qué fuerza ejercerá mayor impulso ?
Rta: Aquella cuyo gráfico tenga la mayor superficie.

Conclusión: De todo esto, ¿ qué hay que saber ?
Rta: Que **el área bajo la curva de F en función de t es el impulso ejercido.**
¿ Tendiste ? (Ojo que esto es importante)

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO CUANDO NO ACTÚAN FUERZAS EXTERIORES ← Importante

Cuando yo tenía un solo cuerpo sobre el que actuaban fuerzas exteriores decía que el impulso aplicado por esa fuerza iba a ser igual a la variación de la cantidad de movimiento.



← **EL IMPULSO DE LA FUERZA F HACE QUE VARÍE LA CANT. DE MOVIM.**

Este asunto de la variación de P se ponía en forma física como: $J = P_F - P_0$
Esto también lo puedo poner así:

$$\underset{\text{Impulso ejercido por la fuerza exterior.}}{J} = \underbrace{m \times v_f - m \times v_0}_{\text{Variación de la Cant. de Movimiento.}}$$

Ahora, si sobre el cuerpo **<u>NO</u>** actúan fuerzas exteriores, ¿ qué pasa ?
<u>Rta</u>: Pasa que no se ejerce ningún impulso. De manera que **J** vale <u>cero</u>. Entonces me queda:

$$\overset{J}{0} = m \times v_f - m \times v_0$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{m \times v_f}_{\text{Cantidad de Mov. final (} P_f \text{).}} = \underbrace{m \times v_0}_{\text{Cantidad de Mov. inicial (} P_0 \text{)}}$$

Esta última conclusión es muy importante y se lee así: cuando sobre un cuerpo **no actúan fuerzas exteriores**, su cantidad de movimiento final será igual a la cantidad de movimiento inicial. Es decir que:

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO. ⇨

Si sobre un cuerpo **<u>NO</u>** actúan fuerzas exteriores, su cantidad de movimiento se conservará. En forma matemática:
Si $\mathbf{F_{ext} = 0 \Rightarrow P_f = P_0}$

← OJO

A esta ley que dice que si $F_{ext} = 0 \Rightarrow P_f = P_0$ se la llama **<u>Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento</u>**. Vale para un cuerpo solo y también para un sistema de varios cuerpos juntos. A grandes rasgos este principio puede entenderse así:

SI NADIE EMPUJA A UN CUERPO, ESTE NO SE MOVERÁ, O SI YA SE VENÍA MOVIENDO, CONSERVARÁ LA VELOCIDAD QUE TENÍA

Otra manera un poco más grosera de entender esto es pensarlo así:

LAS COSAS NO SE MUEVEN SOLAS. PARA QUE UN CUERPO SE MUEVA, HAY QUE EMPUJARLO

Y también:

> LOS CUERPOS NO SE FRENAN SOLOS. SI UN CUERPO VIENE MOVIENDOSE, PARA FRENARLO HABRÁ QUE EJERCER UNA FUERZA.

Tal vez todo esto te suene un poco parecido a las leyes de Newton. ¿ casualidad ?
Rta: No, no es casualidad. La ley de conservación de la cantidad de movimiento es otra manera de escribir la ley de Newton.

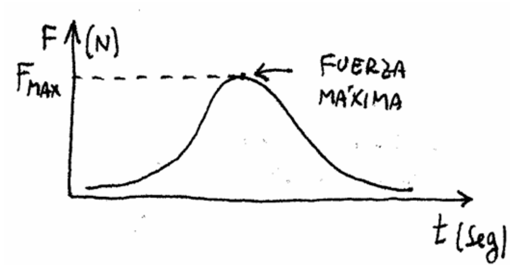
UNOS CONCEPTOS SOBRE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

El tema de impulso y cantidad de movimiento tiene algunos conceptos importantes. Estos conceptos parecen paponios pero en realidad no son tan paponios. Pongo acá varias situaciones que te van a aclarar un poco el asunto. Fijate:

* ¿ ENERGÍA O CANTIDAD DE MOVIMIENTO ?
A veces un problema de impulso y cantidad de movimiento puede aparentar ser un problema de energía. ¿ Cómo puede hacer uno para darse cuenta si el problema es de impulso o de energía ?
Rta: Si el problema pide la distancia recorrida o da como dato la distancia recorrida, hay que hacerlo por energía. Si el problema pide el tiempo transcurrido o da como dato el tiempo transcurrido, hay que hacerlo por impulso y cantidad de movimiento.

* ¿ FUERZA O IMPULSO ?
Pongamos el caso de un boxeador que golpea a otro. A veces uno dice: " Uh, le pegó fuerte " ¿ Qué significa esta frase ? ¿ Cuánto vale la fuerza de un golpe ?

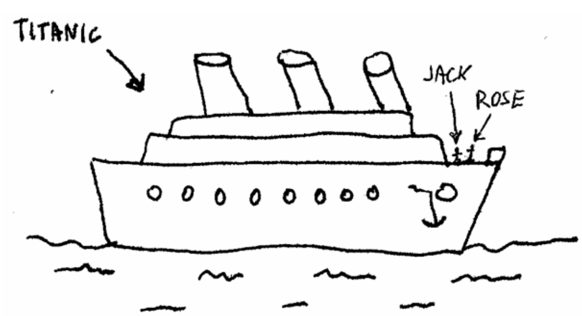
Rta: En realidad está mal hablar de " fuerza del golpe ". Habría que hablar de " impulso ejercido por el golpe ". Un golpe, una patada o un pelotazo no son fuerzas. Son impulsos. Es decir, un palazo es una fuerza variable que actúa durante un tiempo t. La forma de esta fuerza en el tiempo tiene este gráfico:



El efecto que produzca ese golpe va a estar dado por la combinación de fuerza y tiempo. La fuerza puede ser grande y el tiempo corto o la fuerza puede ser chica y el tiempo largo. Lo que importa no es sólo que tan grande sea la fuerza. Lo que importa es el producto fuerza por tiempo.
Una trompada o un golpe de Karate duran una décima de segundo, más o menos. Lo mismo un pelotazo. El golpe dado a una pelota con un bate de béisbol dura una centésima de segundo. Lo mismo para un golpe dado a una pelota con un palo de golf o con un taco de billar. El golpe dado por una bala dura una milésima de segundo.

* CAMINANDO EN EL TITANIC
Imaginate una persona parada en el Titanic. El barco está quieto. De pronto la persona empieza a caminar para adelante. ¿ Qué pasa ?

Rta: Si lo pensás un poco, vas a llegar a la conclusión de que si el tipo va para adelante, **el barco se va a ir para atrás**. O sea, el barco se va a ir para atrás, pero vos no lo vas a ver. La masa del barco es tan grande que la velocidad del barco va a ser muy chica. Digamos que un barco pesa un millón de veces lo que pesa un hombre. De manera que la velocidad del barco hacia atrás será un millonésimo de la velocidad del hombre.



Esto sale de plantear la ecuación masa × velocidad = masa × velocidad. O sea, lo que uno plantea es que sobre el sistema Barco-Persona no actúan fuerzas exteriores. Entonces la cantidad de movimiento se va a tener que conservar. Era cero al principio y tendrá que ser cero al final. Entonces la ecuación queda:

$$\underbrace{P_{BARCO} \text{ para} \rightarrow \text{allá}}_{\text{Esto es positivo}} + \underbrace{P_{HOMBRE} \text{ para} \leftarrow \text{allá}}_{\text{Esto es negativo}} = 0$$

$$M_{BARCO}\, V_{BARCO} + m_{HOMBRE}\, (\, v_{HOMBRE}\,) = 0$$

Supongamos que la masa del hombre es 80 kg y su velocidad 3 km/h.

$$M_{BARCO}\, V_{BARCO} + 80 \text{ kg } (\, - 3 \text{ km/h}\,) = 0$$

$$\rightarrow \quad M_{BARCO}\, V_{BARCO} = 80 \text{ kg} \times 3 \text{ km/h}$$

Sabiendo la masa del barco se podría calcular la velocidad hacia atrás que tendría.
El asunto sería más notable si la masa del barco fuera mucho más chica. (Comparable a la de un hombre). Por ejemplo, un bote. Probá saltar de un bote a la tierra. Lo más probable es que caigas en el agua. Cuando vos saltás el bote se va a ir para atrás. Por eso cuando uno baja de un bote siempre hay un tipo que lo sostiene con un fierro.

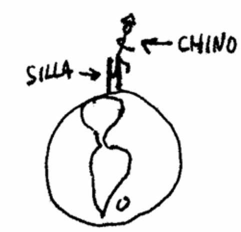
Resumiendo, a grandes rasgos lo que nos dice la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento es que siempre que algo se mueva para allá ➔, habrá otra cosa que se mueva para acá 🡐. Y siempre se tendrá que cumplir que la masa x la velocidad de lo que va para allá ➔ tendrá que ser igual a la masa x la velocidad de lo que vaya para 🡐 acá.
¿ Ves como es el asunto ?

* CAMINANDO SOBRE LA TIERRA
Vamos a otro ejemplo más extremo. Vos ahora estás quieto, correcto ? ¿ Qué pasa si de golpe te parás y te ponés a caminar para allá ➔ ?

Rta: Otra vez . Es como si La Tierra fuera un gigantesco barco. Si te ponés a caminar para ➔ allá, todo el planeta se va a venir para 🡐 acá. Vos no vas a poder ver esto. La masa de La Tierra es miles de millones de veces la masa de un cristiano. Tal vez tengas que esperar algunos millones de años para ver que La Tierra retrocede 1 mm. Pero eso es otra cuestión. Mover, se mueve.

* CHINO NO SEL TOLTO

Vamos ahora a esto otro. Supongamos que a todos los chinos del mundo se les ocurre subirse a una sillita y saltar al suelo todos juntos a la vez. ¿Qué pasaría con La Tierra ? ¿ Habría un terremoto ? ¿ Se partiría en mil pedazos ?

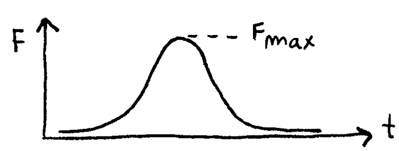


Rta: No pasaría nada. La masa de La tierra es gigantesca. Son 6×10^{24} kg. Es lo mismo que si me dijeras: ¿ Qué pasaría si un mosquito viene a toda velocidad y choca de frente a un tren que viene a 100 por hora ?

* GOTAS DE LLUVIA SOBRE MÍ

Llueve. Te cae una gota de lluvia. ¿Qué fuerza hace la gota al golpear sobre tu cabeza? Un granizo cae sobre el parabrisas de un auto y lo rompe. ¿ Qué fuerza hace la piedra sobre el vidrio ?

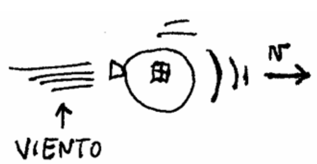
Rta: Es lo mismo que antes. No hay manera de hablar de " fuerza ejercida ". La fuerza que golpea no es constante. Hay que hablar de impulso ejercido. El gráfico de la fuerza en función del tiempo sería algo así:



Si querés, uno podría hablar de " fuerza media ejercida ". Para sacar la fuerza media habría que integrar la curva del gráfico y después dividir ese resultado por el tiempo que duró el golpe. (Se puede hacer).

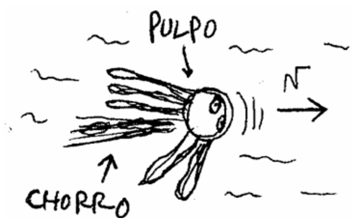
* ¿ EN QUÉ SE PARECEN UN PULPO, UN GLOBO Y UNA MOTO DE AGUA ?

¿ Alguna vez soltaste un globo de cumpleaños que se va desinflando y va volando ?
El globo suelta aire para atrás y avanza para adelante



⇦ UN GLOBO TIRA AIRE PARA ATRÁS Y AVANZA PARA ADELANTE

¿ Sabés como nadan los pulpos ? El principio por el que avanzan los globos y los pulpos es el mismo. El pulpo tira agua para atrás y avanza para adelante.



UN PULPO Y UN GLOBO AVANZAN USANDO EL MISMO PRINCIPIO

La cantidad de movimiento que tiene el aire (o el agua) para atrás es la misma cantidad de movimiento que tiene el globo (o el pulpo) para adelante. Masa x velocidad para atrás = masa x velocidad para adelante. Se cumple el principio de que para que una cosa vaya para adelante, otra cosa deberá ir para atrás. ¿ No es genial ?

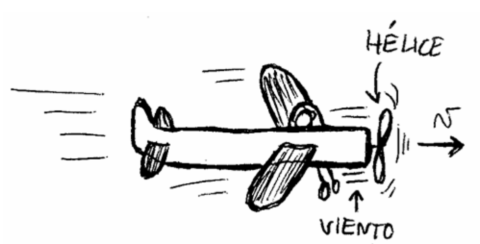
Este principio de " tirar algo para atrás para avanzar para adelante " fue copiado infinidad de veces por los seres humanos. Un ejemplo es la moto de agua. No sé si alguna vez viste una. Las motos de agua tiran un chorro de agua para atrás y avanzan para adelante. Es algo así:

UNA MOTO DE AGUA

Ahora que sabés esto, a ver si podés contestar lo siguiente: ¿ Cómo hace para avanzar un barco a hélice ? Y también ¿ Cómo funcionan las lanchas pantaneras ? (Son las que tienen un ventilador grande atrás)

* VUELO DE UN AVIÓN A HELICE

¿ Alguna vez te preguntaste cómo hace para volar un avión a hélice ? El asunto no es fácil de ver si no sabés física. Fijate. ¿ Por qué la hélice hace que el avión avance ?

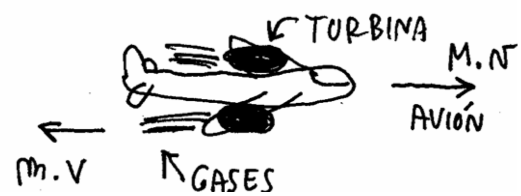


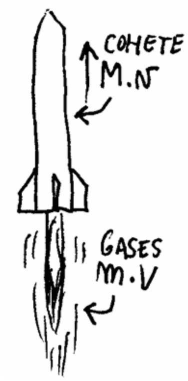
MASA DEL VIENTO x VELOCIDAD DEL VIENTO PARA ATRÁS ES = A MASA DEL AVIÓN x VELOCIDAD DEL AVIÓN PARA ADELANTE

Rta: Bueno, esto hay que pensarlo un poco. Lo que hace la hélice es "agarrarse del aire". O sea, ella se enrosca en el aire como si fuera una especie de sacacorchos. Agarra el aire y lo tira para atrás, entonces todo el avión se va para adelante. Resumiendo, la hélice impulsa el avión para adelante tirando el aire para atrás.

A ver esta pregunta: ¿ Podría volar un avión a hélice en La Luna ? ¿ Podría volar en el planeta Marte ? (Ojo con lo que vas a contestar)

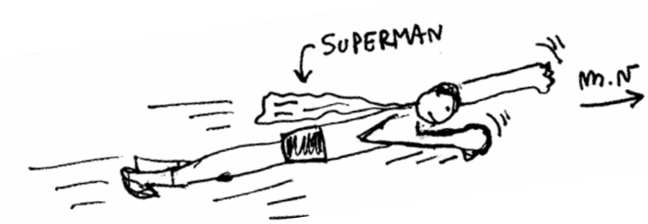
* VUELO DE UN AVIÓN A CHORRO Y DE UN COHETE
El vuelo de los aviones jet y de los cohetes es la misma historia. Tiran gases a alta velocidad para atrás y avanzan para adelante.





Acá también se cumple que masa del avión x velocidad del avión para adelante es igual a masa de gases x velocidad de los gases para atrás. Y también masa del cohete x velocidad del cohete para arriba es igual a masa de gases x velocidad de los gases para abajo.

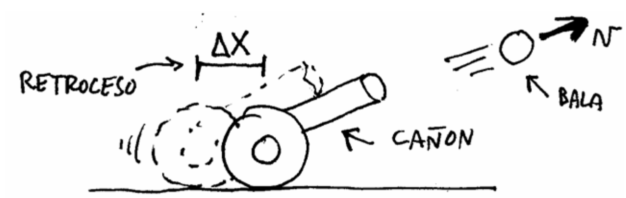
* ¿ SUPERMAN PUEDE VOLAR ?
Superman es una especie de ser que " hace así " y sale volando para adelante. ¿ Podría existir tal ser ?



Rta: No. Cuando Súperman vuela no parece impulsarse en nada. Súperman viaja para adelante sin tirar nada para atrás. Algo anda mal. Nada puede ir para adelante si no tira algo que vaya para atrás.

* VOLAR Y NADAR
Aplicando el asunto de la conservación de la cantidad de movimiento, contestá lo siguiente: ¿ Cómo hacen los pájaros para volar ? ¿ Cómo hacen los peces para nadar ? ¿ Cómo hace una persona para nadar en el agua ?

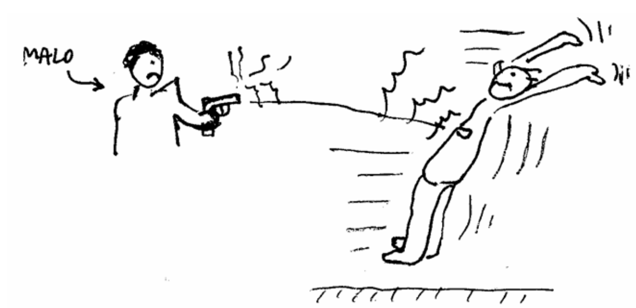
* EL RETROCESO DE LOS CAÑONES
¿ Viste alguna vez cuando disparan una pistola o un rifle ? El arma se va para atrás. Retrocede. Si la escopeta es muy grande, el retroceso te puede dislocar el hombro. También habrás visto en las películas el retroceso que tenían los cañones de la 2da guerra mundial.



UN CAÑON RETROCEDE AL DISPARAR UNA BALA

¿ Por qué ocurre ese retroceso ? ¿ Qué lo que lo provoca ? ¿ De qué depende ? ¿ Se puede disminuir ? ¿ Se lo puede eliminar ?
Pregunta: ¿ También hay retroceso cuando uno dispara una flecha con un arco ?

* SOLO EN HOLYWOOD
A veces en las películas muestran un tipo al que le disparan un balazo. La bala le pega y el tipo cae 2 m atrás.



¿ Es esto posible en la realidad ? ¿ Puede una bala empujar a una persona 2 m hacia atrás ? ¿ Un metro tal vez ? ¿ 50 cm ?

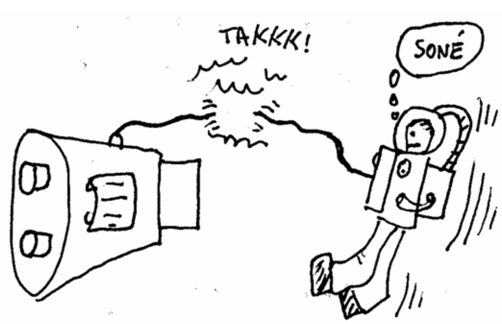
* NEWTON Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO
La gente conoce la 2da ley de Newton como F = m.a. En realidad Newton no enunció su

2da ley como $F = m.a$ sino como $F = m. \Delta V/\Delta t$. Esto es lo mismo que decir que $F \Delta t = m. \Delta V$ que a su vez es lo mismo que poner $F \Delta t = m. (V_F - V_0)$. Quiere decir que lo que en realidad Newton enuncia es el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

* UNA PREGUNTA PARA EXPERTOS
Un cuerpo que viene con cierta velocidad te está por golpear. El daño provocado por el golpe dependerá de la velocidad que trae el objeto y de su masa. Hay 2 cantidades en la física que dependen de la masa y de la velocidad. Una es la cantidad de movimiento $m_\times v$ y la otra es la energía cinética $\frac{1}{2}\, m_\times v^2$... Entonces, el daño que hace un objeto que te golpea, ¿ Depende de la energía que trae el objeto o de su cantidad de movimiento ?

* OTRA PREGUNTA PARA EXPERTOS
Para poder hacer esquí acuático, el esquí tiene que estar en movimiento. Si uno está quieto, el esquí se hunde. ¿ Por qué pasa esto ? ¿ Que cosa ocurre al moverse que no ocurre al estar quieto ? ¿ Qué diferencia hay entre estar quieto y moverse ?

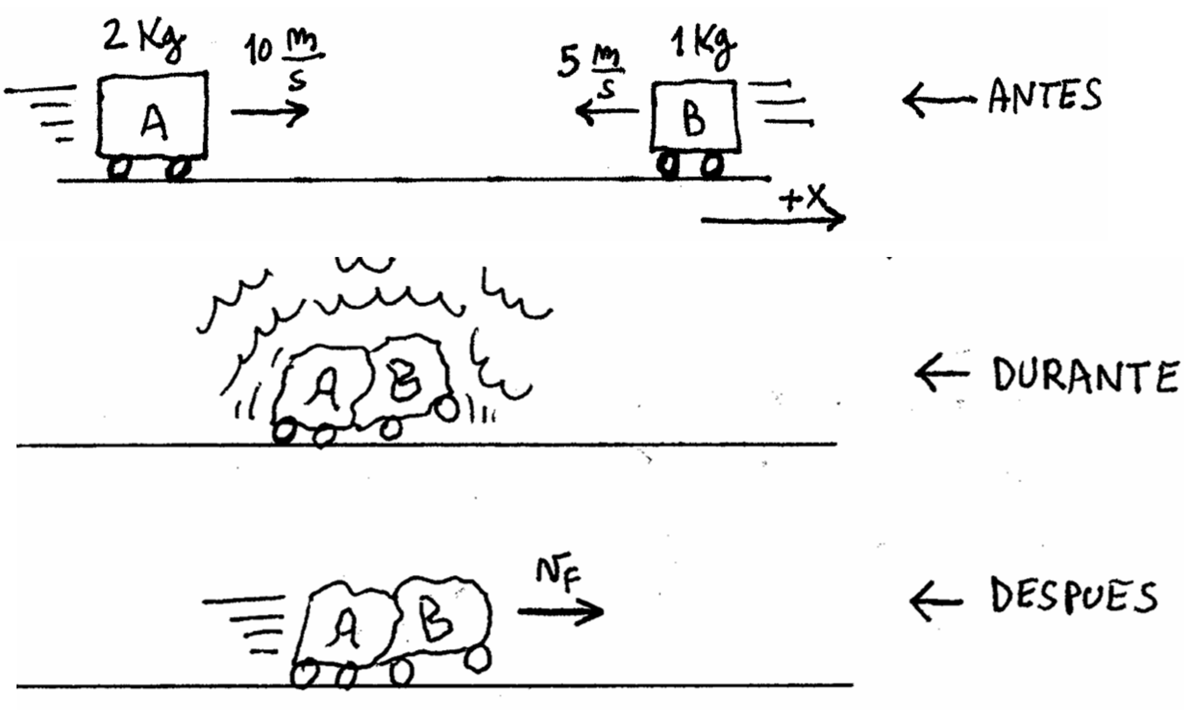
* EL PROBLEMA DE LA NASA
Allá por los años 60 la NASA se planteó el siguiente problema: Supongamos que un astronauta sale a hacer una caminata espacial. O sea, sale de la nave atado con un cable para dar una vuelta. De pronto se corta el cable.



¿ Qué pasa ? ¿ Puede el tipo volver a la nave ? ¿ Y si patalea ? ¿ Y si intenta " nadar " ? ¿ Y si intenta " caminar " ?
No inventes cosas raras. Este es un problema real y la solución tiene que ser real.
¿ Puede el tipo volver a la nave o no ? (Ojo con lo que vas a decir)
Contestar bien estas preguntas te hará merecedor de la calificación : " entiende impulso y cantidad de movimiento ".
¿ No se te ocurre la respuesta ?
Bueno, no hay problema. Bajate la película 2001, Odisea del espacio. Mirá la escena cuando el tipo queda aislado afuera de la nave. Mirala y meditá un poco.
Se aprende bastante física viendo 2001. Es una película sin errores físicos. Arthur Clark era ingeniero. (El autor del libro)

¿ Querés ver más ? Andá a ver " Estación Espacial 3 D ". Esta película muestra como viven los astronautas en la estación espacial que orbita La Tierra. Mirándola vas a vas a poder aprender bastante física. Ahí se ve muy bien lo que es estar en gravedad cero. Vas a entender perfectamente las leyes de Newton. Por primera vez vas a poder observar con claridad la ley de inercia. (O principio de " no pare, sigue, sigue "). Esta película fue filmada en 3 D (= 3 dimensiones). Para verla tenés que usar unos antojos especiales que ellos te dan en el cine.
Todo estudiante de ingeniería tendría que ver esta película. Cuando este libro fue escrito la estaban dando únicamente en el I-Max del Center Norte, en Panamericana y San Lorenzo. El I-Max en ese momento era el único cine de Argentina que permitía ver películas de este tipo.

CHOQUE PLÁSTICO



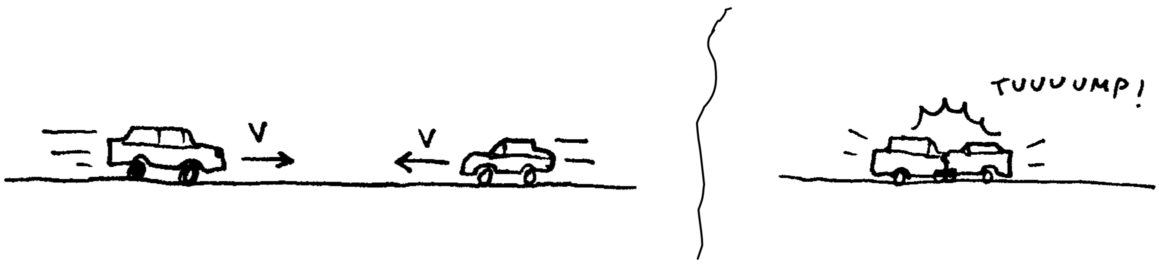
$$2\,Kg \cdot 10\,\frac{m}{s} + 1\,Kg\left(-5\,\frac{m}{s}\right) = \left(2\,Kg + 1\,Kg\right) v_F$$

VER

DESPEJO

CHOQUE PLÁSTICO

Un choque en física es más o menos lo mismo que lo que uno entiende por choque en la vida diaria: O sea, 2 cuerpos que vienen con cierta velocidad y de golpe se encuentran y se dan un topetazo. Es decir esto:



Hay dos casos posibles: Choque plástico y choque elástico. Fijate lo qué pasa en cada tipo de choque:

1) CHOQUE PLÁSTICO:
   Los cuerpos **quedan pegados** después del choque. Es un choque en donde se pierde energía. Ejemplo: Dos bolas de plastilina que chocan.

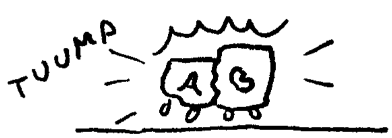
2) CHOQUE ELÁSTICO:
   Los cuerpos **se separan** después del choque. (Rebotan). Es un choque en donde **NO** se pierde energía. Ejemplo: dos bolas de billar que chocan.

Vamos 1^ro al caso de choque plástico que es el más fácil :

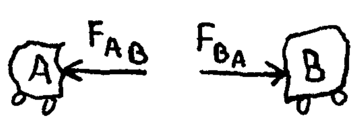
CHOQUE PLÁSTICO ← ATENTO

Quiero que veas lo que pasa en un choque plástico. Fijate:

← Dos cuerpos que están por chocar.



← Chocan y quedan pegados.



← Fuerzas que aparecen durante el choque.

¿ Qué es lo que pasa acá ?
Rta: Lo que pasa es que durante el choque cada cuerpo le ejerce una fuerza al otro.
Sobre A actúa la fuerza F_{AB} . F_{AB} es la fuerza sobre A ejercida por B.
Sobre B actúa la fuerza F_{BA} . F_{BA} es la fuerza sobre B ejercida por A.
F_{AB} y F_{BA} son iguales y opuestas. Son par acción-reacción.

¿ Hay más fuerzas que actúan sobre los cuerpos A y B ?
Bueno, estarían los pesos y las normales, pero estas fuerzas no tienen influencia sobre lo que pasa en el choque. Entonces nos las tomamos en cuenta.

¿ Fuerzas exteriores hay ? (Atento a esta pregunta).

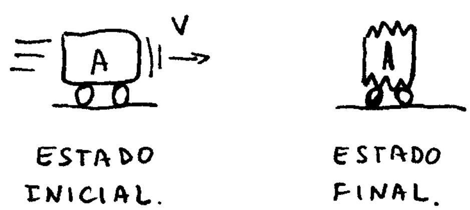
Rta: No, fuerzas exteriores no hay. Antes, cuando yo tenía un solo cuerpo decía que si no había fuerzas exteriores que actuaran sobre él, su cantidad de movimiento se iba a conservar. La cosa es que ahora no tengo un solo cuerpo sino **dos**. ¿ Entonces que pasa ? Y...nada, pasa lo mismo. Es decir, antes para un solo cuerpo, la cantidad de movimiento se conservaba. Ahora, para el sistema de **dos** cuerpos, la cantidad de movimiento también se va a conservar. **P** se va a mantener constante.

¿ Qué significa esto de que la cantidad de movimiento se va a conservar ?
Significa exactamente lo siguiente (esto es importante):

CUANDO DOS COSAS CHOCAN, LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL ANTES DEL CHOQUE TIENE QUE SER = A LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL DESPUÉS DEL CHOQUE.

Esto que yo puse para un choque plástico vale también para los choques elásticos. En todo choque, sea plástico o elástico, la cantidad de movimiento **siempre se conserva**.

Vamos ahora al asunto de la energía en el choque. ¿ Qué pasa con la energía ?
Rta: Bueno, si el choque es plástico, parte de la energía se va a perder. Durante el choque los cuerpos se deforman. Para hacer esa deformación hubo que realizar trabajo.



En el choque, parte de la energía se pierde debido al trabajo que se realiza para deformar al cuerpo.

Después del choque el tipo no recupera su forma, de manera que esa energía se pierde. Por este asunto de que después del choque los cuerpos quedan deformados es que a este tipo de choque se lo llama plástico. Ahora, algo importante: esto de deformarse hace que los cuerpos se calienten, de manera que :

EN LOS CHOQUES PLÁSTICOS SE PIERDE ENERGÍA EN FORMA DE CALOR ← ESTO

<u>CONCLUSIÓN</u>:

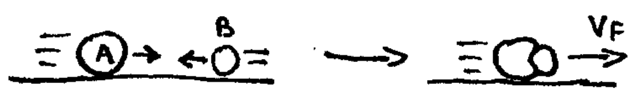
En un choque plástico la cantidad de movimiento se conserva. La que hay al final tiene que ser igual a la que había al principio. Esto pasa porque no hay fuerzas exteriores.

CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN UN CHOQUE PLÁSTICO

En un choque plástico la energía **<u>NO</u>** se conserva. Se pierde en forma de calor y trabajo de deformación. Después de un choque plástico los cuerpos quedan pegados moviéndose juntos con la misma velocidad.

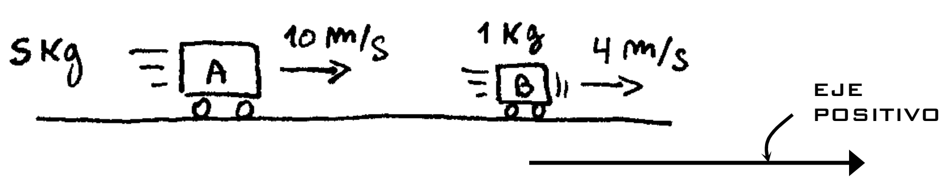
ENERGÍA EN UN CHOQUE PLÁSTICO

Ejemplo típico de choque plástico: choque de 2 bolas de masilla o plastilina.



<u>Ejemplo de choque plástico</u>

LOS CUERPOS DEL DIBUJO CHOCAN Y QUEDAN PEGADOS.
CALCULAR:
a) - CON QUÉ VELOCIDAD SE MUEVEN DESPUÉS DEL CHOQUE.
b) - LA CANTIDAD DE ENERGÍA QUE SE PERDIÓ.



a) - Si los cuerpos quedan pegados tengo un choque plástico.

La cantidad de movimiento **ANTES** del choque vale: $P_0 = m_A \times v_A + m_B \times v_B$

La cantidad de movimiento **DESPUÉS** del choque vale: $P_f = (m_A + m_B) \times v_f$

Como en los choques la cantidad de movimiento se conserva, P_f tiene que ser igual a P_0. Entonces:

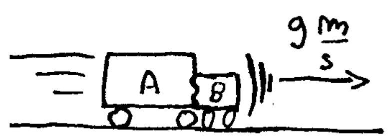
$$\overbrace{(m_A + m_B) \times v_f}^{P_f} = \overbrace{m_A \times v_A + m_B \times v_B}^{P_0}$$

$$\Rightarrow (5\ Kg + 1\ Kg) \times v_f = 5\ Kg \times 10 \frac{m}{s} + 1\ Kg \times 4\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow 6\ Kg \times v_f = 54\ Kg \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \underline{v_f = 9 \frac{m}{s}} \longleftarrow$$ **VELOCIDAD FINAL DE LOS 2 CUERPOS JUNTOS.**

Los dos tipos se venían moviendo para la derecha, quiere decir que esta velocidad final también será para la derecha.



← **ESTADO FINAL**

Hay algo de lo que nunca tenés que olvidarte que es indicar para que lado estás tomando el eje positivo. En este ejemplo no hay problema porque los dos cuerpos van para ➔allá entonces la velocidad final también va a dar para allá ➔ . En todos los problemas siempre hay que poner el eje de entrada. Olvidarse de poner el eje es un error común.

¿ Y si me olvido de ponerlo, qué pasa ?

Rta: Bueno, probablemente un signo te va a dar mal. Vas a poner una velocidad positiva cuando en realidad es negativa. Pero la conclusión es que por ese signo te va a dar todo mal. (Signos, tu parte insegura). Este pequeño error ha causado numerosas bajas en parciales y finales. (Atento).

b) Energía perdida en el choque.

La energía cinética que tienen los dos cuerpos antes de chocar es:

$$E_{c0} = \tfrac{1}{2} m_A \cdot v_A^{\ 2} + \tfrac{1}{2} m_B \cdot v_B^{\ 2}$$

$$\Rightarrow E_{c0} = 258 \text{ Joule}$$

$$\Rightarrow E_{c0} = \tfrac{1}{2}\, 5Kg \cdot (10\, m/s)^2 + \tfrac{1}{2}\, 1Kg \cdot (4\, m/s)^2$$

La energía cinética después del choque vale: $E_{c\,f} = \frac{1}{2}(m_A + m_B) \times v_f^{\,2}$

$$\Rightarrow E_{c\,f} = \tfrac{1}{2}(5\text{ Kg} + 1\text{ Kg}) \times (9\, m/s)^2$$

$$\Rightarrow E_{c\,f} = 243 \text{ Joule}$$

Entonces, la energía cinética perdida en el choque va a ser:

$$E_{c\ Perdida} = 258\text{ J} - 243\text{ J}$$

$$\Rightarrow \underline{E_{c\ Perdida} = 15 \text{ Joule}} \longleftarrow \text{Energía perdida en el choque.}$$

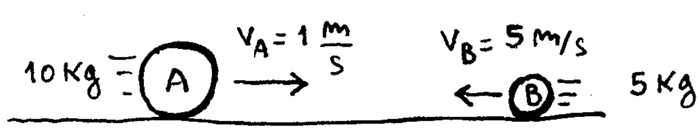
A veces piden qué porcentaje de la energía inicial representan estos 15 Joule. Veamos. Al principio había 258 joule y de esos 258, se perdieron 15. Entonces:

$$\%\text{ de } E_{Pérdida} = \frac{15\text{ J}}{258\text{ J}} \times 100 = \underline{5{,}8\ \%}$$

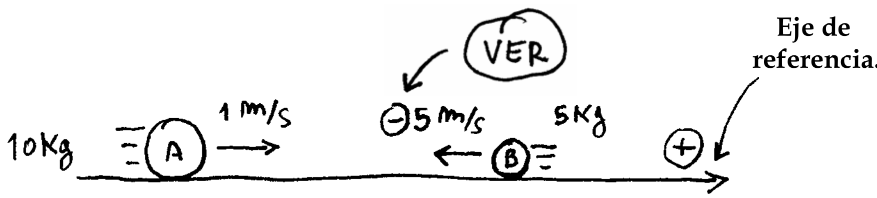
Es decir que en el choque plástico se perdió alrededor del 6% de la energía en calor durante el trabajo de deformación.

<u>Otro ejemplo de choque elástico</u>

LOS CUERPOS DEL DIBUJO CHOCAN Y QUEDAN PEGADOS. CALCULAR:
a) CON QUÉ VELOCIDAD Y HACIA QUÉ LADO SE MUEVEN LOS CUERPOS DESPUÉS DEL CHOQUE.
b) - LA ENERGÍA PERDIDA EN EL CHOQUE Y QUÉ PORCENTAJE DE LA ENERGÍA INICIAL SE PERDIÓ.
c) - REPETIR LOS CÁLCULOS SUPONIENDO QUE $V_A = 2{,}5$ m/s.



a)- El choque es plástico porque los cuerpos quedan pegados. La cantidad de movimiento se conserva. La energía <u>NO</u> . Elijo sentido positivo para las velocidades para ➔ allá. La cosa entonces queda :



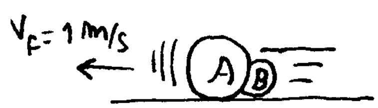
$$P_0 = P_f$$

$$\Rightarrow m_A \times v_A + m_B \times v_B = (m_A + m_B) \times v_f$$

$$\Rightarrow 10\ Kg \times 1\frac{m}{s} + 5\ Kg \times (-\ 5 m/s) = (10\ Kg + 5\ Kg) \times v_f$$

$$\Rightarrow \underline{v_f = -1\ \frac{m}{s}} \quad \longleftarrow \text{ Velocidad final.}$$

Analicemos esto: ¿ Qué significa acá el signo menos ?
<u>Rta</u>: Significa que la velocidad es negativa, es decir que apunta 🡐 así. El estado final es éste:



⟵ Situación final después que los cuerpos chocan.

b) – Calculo la energía perdida durante el choque. La energía inicial vale:

$$E_{C\,0} = \tfrac{1}{2} m_A \times v_A^{\,2} + \tfrac{1}{2} m_B \times v_B^{\,2}$$

$$\Rightarrow E_{c0} = \tfrac{1}{2} 10\ Kg \times (1 m/s)^2 + \tfrac{1}{2} 5\ Kg \times (-\ 5 m/s)^2$$

$$\Rightarrow E_{c0} = 67{,}5\ J \quad \longleftarrow \text{ Energía cinética inicial.}$$

La energía cinética al final, cuando los cuerpos quedan pegados, vale:

$$E_{c\,f} = \tfrac{1}{2} (m_A + m_B) \times v_f^{\,2}$$

$$\Rightarrow E_{c\,f} = \tfrac{1}{2} (10\ Kg + 5\ Kg) \times (1\ m/s)^2 \quad \longleftarrow \text{ Energía cinética final.}$$

$$\Rightarrow E_{c\,f} = 7{,}5\ J$$

La energía perdida en el choque es la diferencia entre estas dos energías:

$$E_{c\ Perdida} = 67{,}5\ J - 7{,}5\ J$$

$$\Rightarrow \underline{E_{c\ Perdida} = 60\ Joule} \quad \longleftarrow \text{ Energía cinética perdida en el choque.}$$

El porcentaje de la energía inicial que se perdió es:

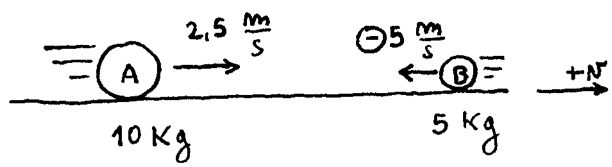
$$\%\ de\ E_{Perdida} = \frac{E_{c\ Per}}{E_{c\ 0}} \times 100$$

$$\%\ de\ E_{Perdida} = \frac{60\ J}{67{,}5\ J} \times 100 = \underline{88{,}8\ \%}$$

Es decir, alrededor del 90 % de la energía se pierde en el choque.

a) - Repetir los cálculos para $V_A = 2{,}5$ m/s.

Veamos que es lo que pasa acá. Hagamos un dibujito:



La cantidad de movimiento se conserva. Quiere decir que la inicial tendrá que ser igual a la final. Esto significa que:

$$m_A \times v_A + m_B \times v_B = (m_A + m_B) \times v_f$$

$$10\ Kg \times 2{,}5 \frac{m}{s} + 5\ Kg \times (-\ 5 m/s) = 15\ Kg \times v_f$$

$$\Rightarrow 0 = 15\ Kg \times v_f$$

$$\Rightarrow \boxed{v_f = 0} \quad \longleftarrow \text{ Velocidad final.}$$

La velocidad final después de choque dio <u>CERO</u>. Ahora... ¿ Qué significa esto ?
<u>Rta</u>: Bueno, quiere decir que los cuerpos después del choque se quedan quietos. Chocaron y ahí quedaron.
¿ Por qué pasa esto ?
<u>Rta</u>: Porque los 2 venían inicialmente con la misma cantidad de movimiento y con sentidos contrarios, de manera que al chocar las dos cantidades se anulan.

¿ Qué cantidad de energía se perdió ? Bueno, la energía cinética al principio era:

$$E_{c0} = \tfrac{1}{2} m_A \times v_A^{\,2} + \tfrac{1}{2} m_B \times v_B^{\,2}$$

$$\Rightarrow E_{c0} = \tfrac{1}{2} 10\ Kg \times (2{,}5 m/s)^2 + \tfrac{1}{2} 5\ Kg \times (-\ 5 m/s)^2$$

$$\Rightarrow E_{c0} = 93{,}75\ J. \longleftarrow \text{ Energía cinética inicial.}$$

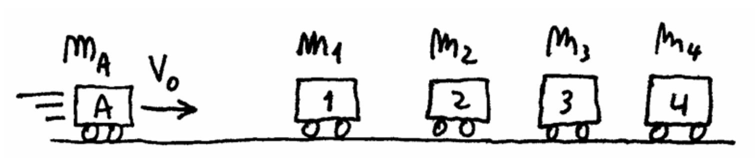
Al final los tipos quedan pegados y quietos. Conclusión ? La energía cinética final es cero.
¿ Cuánta energía se perdió en el choque entonces ?
Rta: Toda. Toda la energía que los tipos tenían al principio se perdió. De los 93,75 Joule que había antes del choque no quedó nada. El 100 % desapareció.
Pero... ¿ Qué quiere decir que desapareció ? ¿ A dónde fue ?
Rta : Quiere decir que ya no está más en forma de energía cinética. Toda esa energía se transformó... ¿ en qué ?
Rta: En calor.

PROBLEMAS DE PARCIALES

1) - Los carritos 1, 2, 3 y 4 están quietos. El carrito A viene con velocidad 20 m/seg y choca contra el carrito 1. Los dos carritos quedan pegados y chocan contra el carrito 2. El proceso continúa hasta que todos los carritos quedan pegados y avanzan juntos con velocidad $V_{FINAL.}$ Calcular :

a) – El valor de V_{FINAL}
b) – La cantidad total de energía mecánica perdida en el choque de los 5 carritos.

DATOS: m_A = 10 kg , m_1 = 1 kg , m_2 = 2 kg , m_3 = 3 kg , m_4 = 4 kg .



El carrito A choca al carrito 1. Los 2 quedan pegados y chocan al carrito 2. Así sigue el asunto hasta que todos los carritos se mueven juntos. En principio daría la impresión de que hay que ir planteando choques sucesivos e ir calculando cada una de las velocidades. El problema se puede resolver así, pero es muy largo. Aparte uno va a ir arrastrando error en los decimales al ir calculando cada velocidad.
Lo que conviene hacer es PLANTEAR TODO COMO UN ÚNICO CHOQUE DEL CARRITO A CONTRA TODOS LOS DEMÁS. (Ese es el truco). Lo hago. Elijo sistema de referencia positivo para allá ➔. Me queda:

a) $m_A V_{0A} = (m_A + m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\ V_F$

$$10\ kg \times 20\ m/seg = (\ 20\ kg\ )\ V_F$$

➔ $\underline{\mathbf{V_{FIN} = 10\ m/s}}$ (Hacia la derecha)

Esta velocidad que calculé es la que tienen todos los carritos avanzando juntos después del choque.

b) Calculo la Energía mecánica después del choque:

$$\rightarrow E_{MEC\ FINAL} = \tfrac{1}{2}\ 20\ kg\ (\ 10\ m/s)^2 = \underline{\mathbf{1.000\ Joules}}$$

Calculo la Energía mecánica antes del choque:

$$E_{MEC\ 0} = \tfrac{1}{2}\ 10\ kg\ (\ 20\ m/s)^2 = \underline{\mathbf{2.000\ Joules}}$$

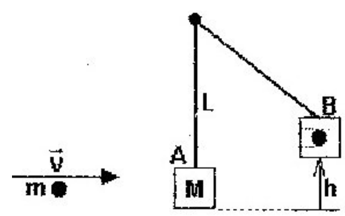
E_0 = 2.000 J, E_F = 1.000 Joules

$\underline{\mathbf{E_{Perdida} = 1.000\ Joules}}$ (% $E_{Perdida}$ = 50 %)

---

2) - PENDULO BALISTICO

Un bloque de masa M está suspendido de una cuerda de longitud L, como se muestra en la figura. Un proyectil de masa m y velocidad V choca contra el bloque incrustándose. Como consecuencia, el sistema bloque – proyectil alcanza la altura h.



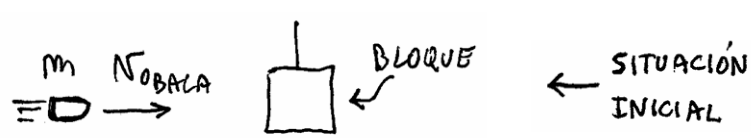
Calcular :
a) ¿ Qué impulso recibió el bloque durante el choque ?
b) La altura h alcanzada por el sistema (h_B).
Datos: m = 0,2 kg M = 10 kg V_0 = 100 m/s

a) Calculo el impulso que recibe el bloque por efecto del choque. El impulso es:

$$J_{Bloque} = \Delta P_{Bloque}$$

$$J_{Bloque} = P_{F\ Bloque} - P_{0\ Bloque}$$

Para calcular la diferencia de cantidad de movimiento hay que conocer la velocidad final del sistema bloque – bala. Es un choque plástico.



En un choque plástico se conserva la cantidad de movimiento, entonces:

$$m\ V_{0BALA} = (m + M)\ V_f$$

Tengo todos los datos, hacemos la cuenta y da:

$$0{,}2\ kg\ .\ 100\ m/s = (0{,}2\ kg + 10\ kg\ )\ V_f$$

$$20\ kg\ m/s = 10{,}2\ kg.\ V_F$$

$$\rightarrow\ \underline{V_f = 1{,}96\ m/s}$$

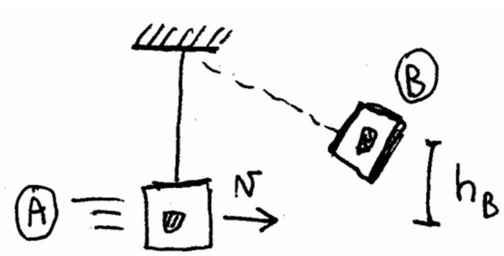
Como el bloque está inicialmente en reposo, el impulso recibido vale :

$$J_{Bloque} = M . V_{F\ Bloque}$$

$$J_{Bloque} = 10\ kg \times 1{,}96\ m/s$$

$$\underline{\mathbf{J_B\ =\ 19{,}6\ N.s}}$$

b) Para la segunda parte tenemos que calcular la altura alcanzada por el sistema. La tensión es perpendicular a la trayectoria, por lo que no realiza trabajo. Como no actúan fuerzas no conservativas, se conserva la energía entre A y B. En **A** toda la energía es cinética. En **B** es potencial gravitatoria.



Entonces : $E_{MEC\,A} = E_{MEC\,B}$

$$\tfrac{1}{2}\ \cancel{(m + M)}\ V_A^{\,2} = \cancel{(m + M)}\ g\ h.$$

Se me simplifica el factor (m + M). Hago las cuentas y despejo la altura. Me da:

$$\tfrac{1}{2}\,(1{,}96\ m/s)^2 = 10\ m/s^2\ h_B$$

$$\Rightarrow \quad h_B = \frac{10\ m/s^2}{\tfrac{1}{2}\,(1{,}96\ m/s)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h_B = 0{,}192\ m}$$

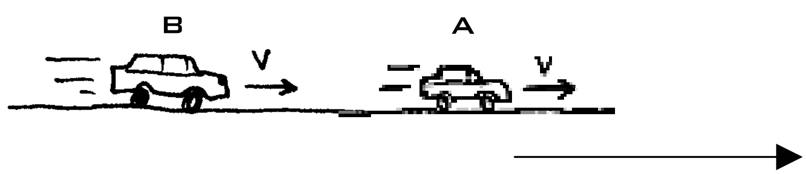
Este es un problema importante. Se lo ha tomado infinidad de veces de manera diferente.

NOTA: El péndulo balístico tiene ese nombre porque se lo usaba antiguamente para calcular la velocidad de las balas. Lo que se hacía era medir la altura final h_B. Se resolvía el problema al revés y se sacaba la velocidad de la bala. Ahora ya no se usa este método para calcular velocidades. Hoy se hacen mediciones mucho más exactas con láser, recontra láser y cámara ultrarrápida. Pero no importa que hoy ya no se use. La idea sigue siendo válida. Hacete un péndulo balístico con un hilito y una plastilina. Medí la velocidad de alguna cosa. Por ejemplo, la velocidad de un papelito que tirás con una gomita.
Pregunta: ¿ Cuál es la velocidad real de una bala ? ¿ Es mayor o menor que la del sonido ?

---

3) - Un automóvil A de 700 kg avanza por una calle. Otro, B, de 1.100 kg que circula en igual dirección y sentido al triple de la velocidad del anterior, lo embiste. Como resultado del choque, ambos vehículos unidos se desplazan a 60 km/h inmediatamente después del choque. Calcule:

a) La velocidad de cada vehículo antes del choque
b) La variación de energía debida al choque (con su signo).



Inicialmente, los dos autos van en el mismo sentido, y el B tiene el triple de velocidad:

$$V_B = 3V_A$$

Como es un choque plástico, la cantidad de movimiento se conserva. Entonces planteo conservación de P :

$$P_F = P_0$$

$$\Rightarrow \quad (m_A + m_B)\,V_f = m_A\,V_A + m_B\,3\,V_A$$

$$(\,700\ kg + 1.100\ kg\,)\,V_F = 700\ kg\ V_A + 1.100\ Kg\ .\ 3\ .\ V_A$$

Reemplazo por los datos y me da :

$\boxed{V_A = 27\ km/h = 7{,}5\ m/s}$ y $\boxed{V_B = 81\ km/h = 22{,}5\ m/s}$

Después nos piden calcular la variación de energía cinética. En un choque plástico siempre se pierde energía, por lo que este valor es <u>negativo</u>. La variación es:

$$\Delta E_C = E_{CF} - E_{C0}$$

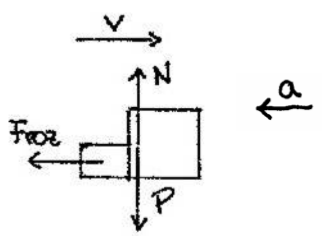
La energía cinética es $\frac{1}{2}$ m V^2. Hago las cuentas: :

$$\boxed{\Delta E_C = -48.325\ J}$$

---

4) -Se dispara un proyectil de 200 gramos contra un bloque de madera de 800 gramos en reposo sobre una superficie horizontal con rozamiento. El proyectil se adhiere al bloque y el conjunto se pone en movimiento deteniéndose después de recorrer 5 m. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,4.
Calcular:
a) la aceleración del conjunto después de iniciado el movimiento
b) la velocidad del proyectil en el momento del impacto.

Después del choque el conjunto de cuerpos se mueve desaceleradamente de A hasta B.
El diagrama de cuerpo libre sería así:



a) - Según el DCL, la ecuación de Newton es:

$$F_{roz} = (m + M)\ a.$$

La F_{roz} vale :

$$F_{roz} = \mu_d\ N = \mu_d\ (m + M).g$$

Entonces igualo y me queda:

$$\cancel{(m + M)}\ a = \mu_d\ \cancel{(m + M)}.g$$

$$a = \mu_d\ g$$

$$\rightarrow a = 0{,}4 \times 10\ m/s^2$$

$$\boxed{a = 4\ m/s^2}$$

b) - Piden la velocidad del proyectil antes del choque. Para calcularla primero tengo que conocer la velocidad de los 2 cuerpos juntos después del choque. Para eso uso:

$$\Delta E_M^{AB} = L_{Froz}$$

Al principio la energía sólo es cinética. En B es cero porque los cuerpos se frenaron. Entonces, me queda:

$$E_C^{A} = L_{Froz}$$

$$\rightarrow \tfrac{1}{2}\,(m + M)\,Vo^2 = F_{ROZ\,D} \times d$$

$$\rightarrow \tfrac{1}{2}\,(\cancel{m + M})\,Vo^2 = \mu_d\,(\cancel{m + M}).g \times d$$

$$\rightarrow \tfrac{1}{2}\,Vo^2 = \mu_d\,g \times d$$

$$\rightarrow \tfrac{1}{2}\,Vo^2 = 0{,}4 \times 10\ m/s^2 \times 5\ m$$

$$\rightarrow \underline{\mathbf{v = 6{,}32\ m/s}}$$

Ahora viene la parte de choque del problema. Como el choque es plástico la cantidad de movimiento se conserva. El bloque inicialmente está quieto. Entonces:

$$m\,V_0 = (m + M)\,V_F$$

$$\rightarrow 0{,}2\ kg \times Vo = (0{,}2\ kg + 0{,}8\ kg) \times 6{,}32\ m/s$$

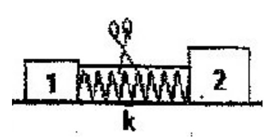
La velocidad del proyectil antes del choque, que da:

$$\boxed{\mathbf{V_0 = 31{,}6\ m/s}} \Leftarrow$$ VELOCIDAD DE LA BALA ANTES DEL CHOQUE

Fijate que este es un problema donde tenés dinámica combinada con trabajo y energía y con choque. A veces toman cosas así. Principalmente en los finales.

---

5) - Sobre una superficie horizontal sin rozamiento un resorte está comprimido entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 ($m_1 < m_2$) a causa de estar vinculados por una cuerda. El resorte no está unido a los cuerpos. Si cortamos la cuerda:



a) las cantidades de movimiento de ambos cuerpos son siempre iguales
b) el módulo del impulso recibido por el cuerpo 2 es mayor que el recibido por el cuerpo 1
c) los módulos de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos son siempre iguales
d) la cantidad de movimiento del cuerpo 2 es siempre mayor que la del 1
e) la velocidad del cuerpo 2 es siempre mayor que la del 1
f) la energía cinética del cuerpo 2 es siempre mayor que la del 1.

Este es una especie de choque pero al revés. O sea, es como un choque pero con la película pasada de atrás para adelante. En estas situaciones también se conserva la cantidad de movimiento. Entonces planteo: $\Delta p = 0$

$$\Rightarrow \quad P_F - P_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_F = P_0$$

El instante inicial es cuando los cuerpos tienen v = 0, entonces $P_0 = 0$ y como $P_F = P_0$ $\Rightarrow$ $P_F = 0$. ¿ Conclusión ?

$$P_F = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{F1} + P_{F2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad P_{F1} = - P_{F2}$$

El sistema (bloque 1 + bloque 2) tiene cantidad de movimiento final cero, por lo que los módulos de las cantidades de movimiento de los bloques son iguales, $\boxed{|p_1| = |p_2|}$
Entonces, la respuesta correcta es la c).

Veamos las otras opciones:

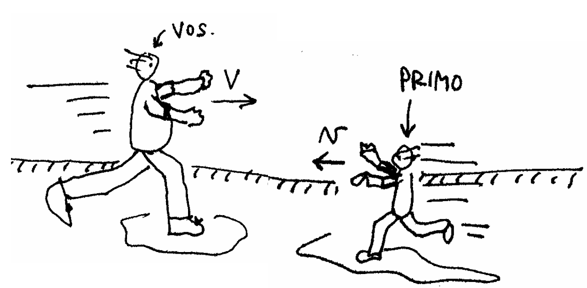
La a) es falsa porque las cantidades de movimiento son siempre iguales en módulo, pero tienen distinto signo.
La b) y la d) son falsas porque las fuerzas que se ejercen los cuerpos en un choque son acción - reacción. Es decir, esas fuerzas son iguales y contrarias. Por lo tanto, los impulsos que los cuerpos se ejercen mutuamente también son iguales y de sentido contrario.

La e) es falsa porque la masa 2 es mayor que la masa 1, entonces $V_{F2} < V_{F1}$

La f) también es falsa. Hay que pensarlo un poco. $V_{F2} < V_{F1}$ entonces si hacés las cuentas te va a dar que $E_{CIN\,2} < E_{CIN\,1}$

UNOS CONCEPTOS IMPORTANTES SOBRE CHOQUE PLÁSTICO

* ¿ QUIÉN EMPUJA A QUIEN ?
Supongamos que vos corrés hacia tu primito y tu primito corre hacia vos. Los 2 chocan.
¿ Quién va a empujar a quién ? ¿ El más pesado ? ¿ el que venga más rápido ?

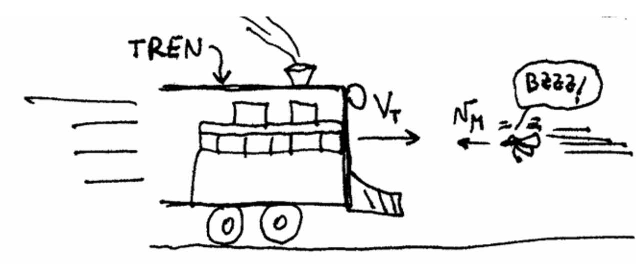


Rta: Ni el más pesado ni el que corra más rápido. El que va a empujar al otro va a ser el que tenga más producto masa x velocidad. Es decir que tu primito que es más chiquito que vos podría llegar a empujarte si viniera con la suficiente velocidad. De acá sale el nombre " Ímpetu " que a veces se le da al producto masa x velocidad. Si tu primito viene con suficiente ímpetu, puede llegar a empujarte él a vos.

A grandes rasgos se puede decir que la cantidad de movimiento es la capacidad que tiene un cuerpo de empujar a otro. El objeto que tenga más producto m x v será el que empuje.

Este asunto de " quién empuja a quién " es lo que usan los peritos de la policía para saber la velocidad que traían los autos en un choque. La masa de los autos se puede conocer. Otros datos pueden sacarse de las marcas de las ruedas en el piso.

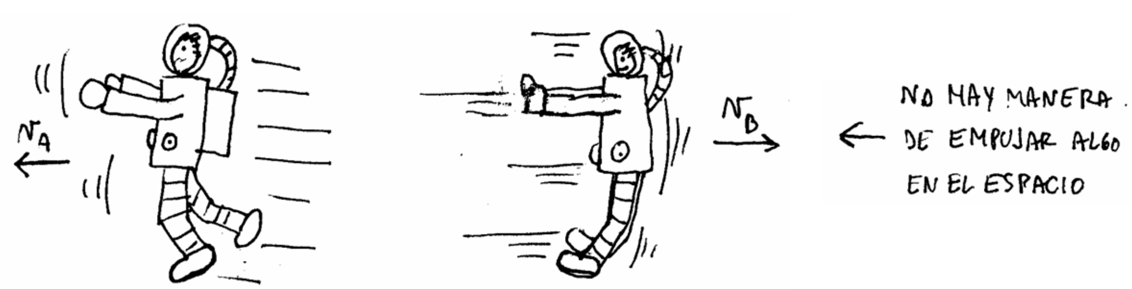
En algún momento te dije que un mosquito no podía empujar a un tren. Eso es correcto. En la práctica no puede. Pero en la teoría sí. Habría que hacer la cuenta, pero para que que un mosquito pueda empujar a un tren, probablemente el bicho tendría que venir con una velocidad de algunos millones de km por hora.



* CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN EL ESPACIO

Supongamos que tenés dos astronautas en el espacio. De pronto uno de ellos se le ocurre empujar al otro. ¿ Qué pasa ?

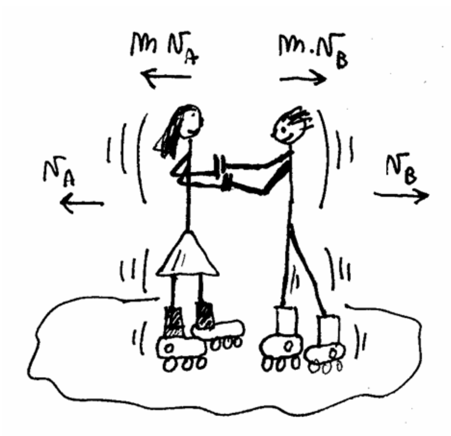
Rta: Pasa que no hay manera de empujar algo en el espacio. O sea, sí, lo podés empujar, pero vos te vas a ir para el otro lado.



En el dibujito que hice, el astronauta B empuja al A. A se va a ira para 🡐 allá, pero B se va a ir para ➔ allá. Esto pasa porque se conserva la cantidad de movimiento. Al principio era cero para el sistema de los 2 astronautas. Al final también tiene que ser cero. Entonces se tiene que cumplir que $masa_A \times V_A$ para allá 🡐 tiene que ser igual a $masa_B \times V_B$ para allá ➔. O sea, el producto masa x velocidad tiene que ser igual en módulo para cada astronauta.
¿ Cuál tendrá más velocidad ? Rta: El que tenga menos masa.
¿ Cuál tendrá menos velocidad ? Rta: El que tenga más masa.
¿ Y si las masas de los 2 son iguales ? Rta: Entonces las velocidades serán iguales

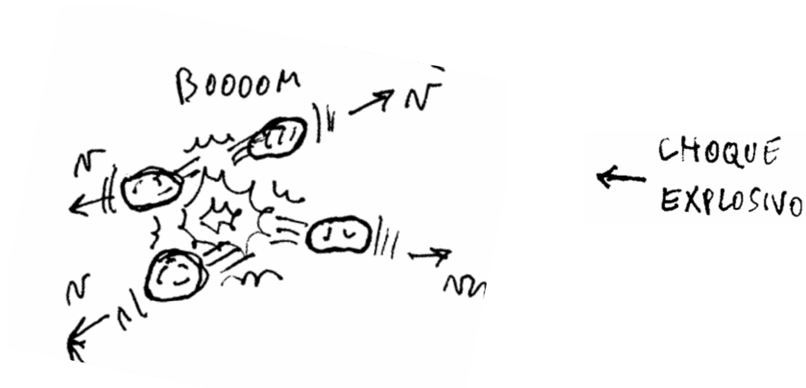
Tal vez vos digas: Todo muy lindo , pero... ¿ qué tiene que ver todo esto con un choque ? **Rta**: tiene mucho que ver con choque. En realidad esto **ES** un choque. Lo que pasa es que está visto al revés. Para darte cuenta de que es un choque tendrías que pasar la película de atrás para adelante. En ese caso verías 2 astronautas que se acercan el uno al otro, chocan y se quedan quietos.

En realidad siempre al empujar a alguien pasa esto. Vos lo empujás a él y vos te vas para atrás. En La Tierra el asunto no es tan notable porque hay rozamiento. Para verlo mejor hay que disminuir la F_{Roz}. Por ejemplo, imaginate una persona que empuja a otra Las 2 están paradas sobre rollers:



Cuando A intenta empujar a B, A se va a ir para atrás. Lo mismo va a pasar si B intenta empujar a A.

* CHOQUE EXPLOSIVO
En algunos problemas aparecen cosas que explotan tipo granadas, bombas o cosas por el estilo. Se los suele llamar " choques explosivos ". En realidad no hay ningún choque. Hay una explosión. Pero bueno, se los llama así. Vamos al caso concreto. Imaginate la situación de una granada que explota:



Antes de la explosión uno tiene un objeto quieto con cantidad de movimiento cero. Después de la explosión uno tiene varios fragmentos que van para todos lados. Si lo pensás un poco, te vas a dar cuenta de que en la situación de una explosión se conserva la cantidad de movimiento. No hay fuerzas externas que actúen sobre la granada. Quiere decir que si la cantidad de movimiento era cero antes de la explosión, tendrá que seguir siendo cero después de la explosión. Entonces lo que se plantea en estos casos es que :

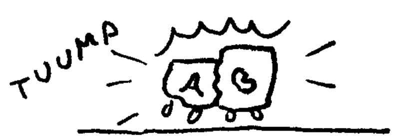
$$P_F - P_0 = 0$$

$$\rightarrow \quad P_F = P_0$$

De acá se despejan las velocidades o las masas de los fragmentos que salen. Fijate en el problema de los 2 cuerpos y el resorte que puse unas páginas atrás. El planteo es exactamente el mismo.

* ¿ EN UN CHOQUE NO ACTÚAN FUERZAS ?

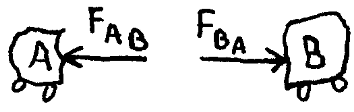
Vos estás tomando el oral del libre. Viene el alumno. Le hacés un dibujito y le decís: Acá hay 2 cuerpos que chocan, ¿ qué plantea usted para resolver este choque plástico ?



Te dice el tipo: Planteo conservación de la cantidad de movimiento. Entonces le preguntás: Y dígame, ¿ Por qué se conserva la cantidad de movimiento en un choque ? ¿ Qué te dice el tipo ? Te dice: En los choques se conserva la cantidad de movimiento porque " no actúan fuerzas ".

¿ Es correcto esto ?

Rta: No. Error conceptual grave. Nota: 2 (dos). ¿ Cómo me decís semejante cosa ? ¿ Querés ser ingeniero o no ? ¡ Claro que en los choques actúan fuerzas !

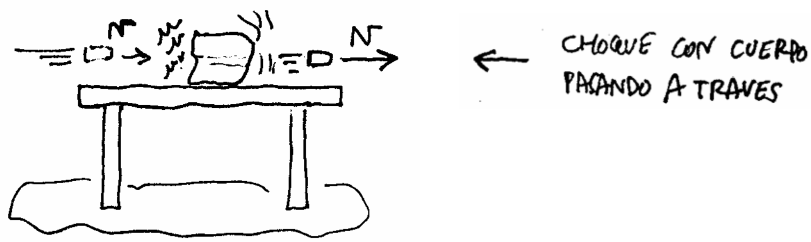


Fuerzas que aparecen durante el choque.

Es más, las fuerzas en los choques suelen ser muy grandes. Fijate lo abollados que quedan los autos después de un encontronazo. En un choque lo que no hay son **<u>fuerzas exteriores</u>**. Al no haber fuerzas que vengan de afuera uno puede plantear conservación de la cantidad de movimiento.

* CHOQUE CON CUERPO PASANDO A TRAVÉS

Imaginate que tenés un cubo de madera arriba de una mesa. Le disparás una bala. La bala atraviesa la madera y sigue de largo. O sea, no queda incrustada dentro del bloque

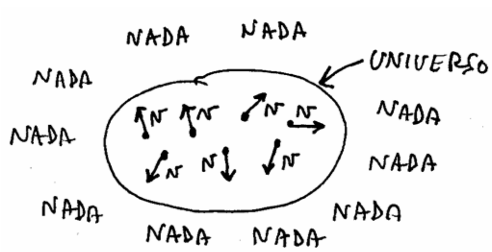


¿ Cómo se resuelve este problema ?

<u>Rta</u>: Bueno, es un choque plástico, solo que los cuerpos no quedan pegados después del choque. La bala sale con cierta velocidad y el bloque también se mueve pero con otra velocidad. Hay que plantear que la masa de la bala x la velocidad inicial de la bala es igual a la masa de la bala por la velocidad final de la bala + la masa del bloque por la velocidad final del bloque.

* CANTIDAD DE MOVIMIENTO DEL UNIVERSO.

Las fórmulas de conservación de la cantidad de movimiento también valen para un sistema de varios cuerpos. O sea, muchos objetos. Por ejemplo, granos de arena tirados al aire, galaxias llenas de estrellas o cosas por el estilo. Ahora fijate esto. ¿ Qué contestarías si yo te preguntara que cantidad de movimiento total hay en el Universo ?



Rta: En principio uno diría: Bueno, es cuestión de hacer la cuenta. Pero eso es un lio porque al parecer el Universo es el resultado de una gigantesca explosión. Quiere decir que debe haber millones y millones de objetos moviéndose para todos lados. Habría que medir la masa y la velocidad de cada objeto. Después habría que hacer el producto m x v y sumar toooooodas esas cantidades tomando en cuenta sus signos y sus direcciones. O sea, un lio. Imposible de resolver en la práctica. Pero hay otra manera de hacer esa cuenta infernal. Fijate. En realidad el universo es algo cerrado. En el Universo no hay "afuera". No existe "el afuera" por la propia definición de Universo. Por lo tanto sobre el Universo nunca pudo haber actuado una fuerza exterior. O sea, puede ser que el cosmos haya explotado y toda la película. Es cierto que debe haber millones y millones de partículas moviéndose para acá y para allá. Correcto. Pero todas esas cantidades de movimiento se tienen que compensar. Quiere decir que la cantidad total de movimiento del Universo debe ser... ¿ cuánto debe ser ? **Rta**: ¡ **CERO** !

* DIOS NO JUEGA A LOS DADOS

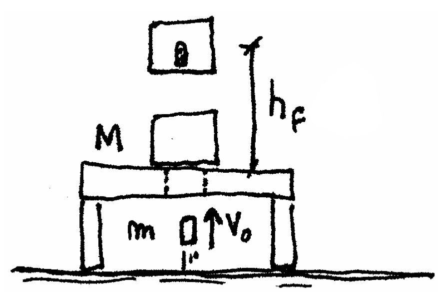
No sabemos como se creó el universo. Pero para facilitar las cosas supongamos que lo creó Dios. Dios sería una especie de ente capaz de crear universos. Ahora, acá no hay magia. Si el tipo hizo el Universo, debe haber invertido cierta cantidad de energía para hacerlo. Pregunta: ¿Hay manera de saber cuánta energía total hay en todo el universo? ¿ Se podría usar el mismo truco que usamos recién con la cantidad de movimiento ? Podríamos calcular con ese método la cantidad de Energía Cinética total que hay en el Universo ? (Atento)

* UN ERROR FATAL

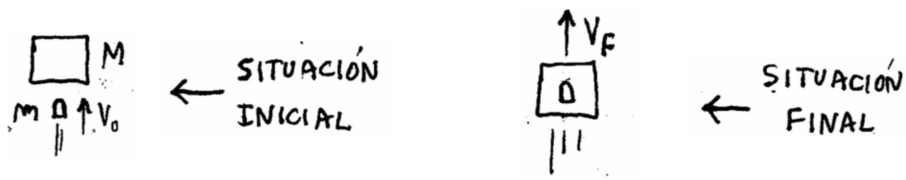
A veces uno tiene la tentación de resolver un problema de choque plástico planteando conservación de energía. ¡¡¡ Horror !!! ¡ En un choque plástico no se puede plantear conservación de energía. Nunca se conserva la energía. Siempre hay parte que se pierde en forma de calor. Resolver un problema de choque plástico planteando energía es un terrible error conceptual. Si lo hacés te ponen cero y te anulan el problema. Pese a esta advertencia, esto puede pasar en las mejores familias. ¿ Por qué ?

Rta: Porque los problemas de choque a veces se parecen mucho a los de energía. Uno se puede confundir. ¿ Querés un ejemplo confundidor ? Acá lo tenés:

UN BLOQUE DE 10 Kg SE ENCUENTRA APOYADO EN UNA MESA CON UN AGUJERO PASANTE COMO INDICA LA FIGURA. SE DISPARA UNA BALA DE 20 gr QUE PEGA EN EL BLOQUE Y LO LEVANTA A UNA ALTURA h_F DE 80 Cm. CALCULAR LA ENERGÍA CINÉTICA INICIAL DE LA BALA.



Para resolver este problema hay que plantar conservación de la cantidad de movimiento en el choque entre la bala y el bloque. Hagamos un dibujito:

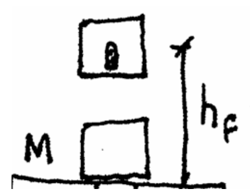


Me queda :

$$m\,V_0 = (M + m)\,V_F$$

$$0{,}02\,Kg . V_0 = (10\,Kg + 0{,}02\,Kg)\,V_F$$

De esta ecuación no puedo despejar nada porque no conozco la velocidad inicial de la bala ni la velocidad final con la que salen los 2 juntos después del choque. Lo que sí puedo plantear es la conservación de la energía mecánica después del choque.



El bloque junto con la bala llega a 80 cm de altura después del choque. Quiere decir que toda la Energía cinética que tenían la bala y el bloque juntos se convirtió en energía potencial. Planteo:

$$E_{M_0} = E_{M_F}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\,V_0^2 = \cancel{(m+M)}\,g\,h_F$$

$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{2\,g\,h_F}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = 4\,\frac{m}{s}}$$

Esta V_0 es la velocidad inicial que tenían la bala y el bloque después del choque. Ahora vuelvo a la 1era ecuación y reemplazo. Me queda:

$$0{,}02\,Kg \times V_{0\,Bala} = 10{,}002\,Kg\ 4\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{0\,Bala} = 2000\ \frac{m}{s}} \leftarrow$$ VELOCIDAD INICIAL DE LA BALA

Teniendo la velocidad inicial de la bala, calculo su Energía cinética :

$$E_{C_0} = \frac{1}{2} m_B\, V_0^2 = \frac{1}{2}\ 0{,}02\ Kg \left(2000\ \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{C_0} = 40.016\ Joules} \leftarrow$$ ENERGÍA CINETICA INICIAL DE LA BALA

NOTA: La manera incorrecta de plantear este problema sería suponer que toda la energía cinética de la bala se transforma en la energía potencial final del bloque + la bala. Es decir:

$$E_{CIN\ INICIAL\ (BALA)} = E_{POT\ FINAL\ (BALA\ +\ BLOQUE)}$$

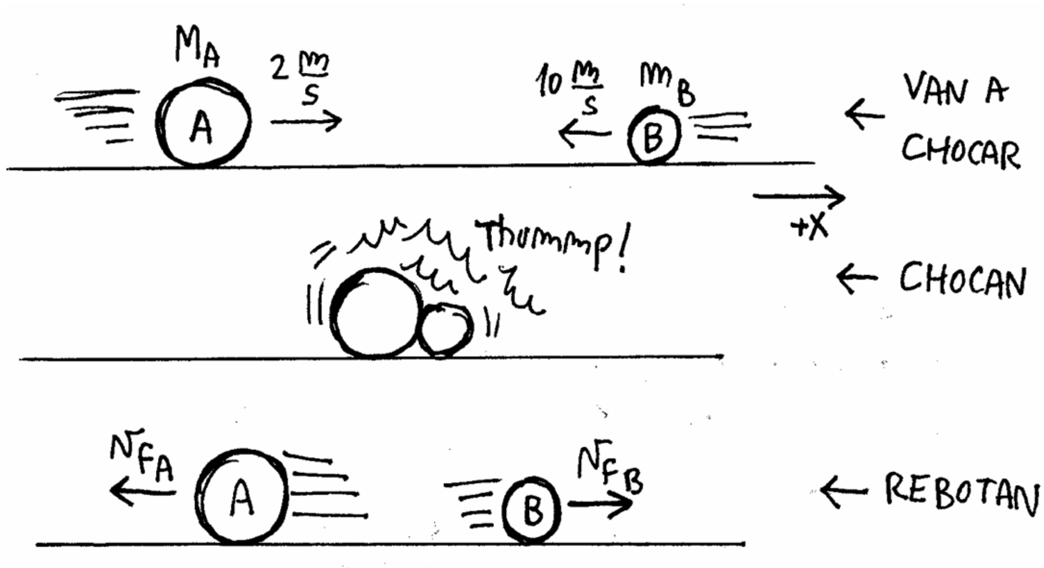
$$\rightarrow \frac{1}{2}\, m_{BALA}\, V_0^2 = (\,m + M\,)\, g\, h_F$$ ⇐ OJO, ESTO ESTA MAL

¿ Por qué está mal este planteo ?
Rta: Porque uno está suponiendo que hay conservación de energía y se olvida que en el choque plástico se pierde energía en forma de calor, en trabajo del rozamiento y en deformar los cuerpos. (Atento).

Uno desearía no equivocarse en estas cosas. Pero pasa. El que tiene boca, se equivoca.
A veces ves los chicos saliendo de los exámenes golpeándose la cabeza y diciendo:
¡ No te puedo creer ! ¿ No se podía resolver por energía ?!
Así es amigo. La física es difícil. Por eso la gente la odia.
Bueno, no es terrible. Se aprende de los errores, che.

FIN CHOQUE PLÁSTICO

CHOQUE ELÁSTICO

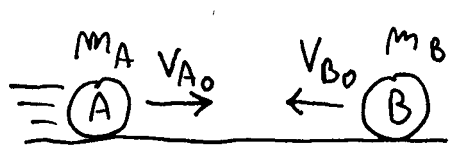


$$M_A\,2\frac{m}{s} + m_B\left(-10\frac{m}{s}\right) = M_A v_{f_A} + m_B v_{f_B}$$ ← CANTIDAD DE MOV.

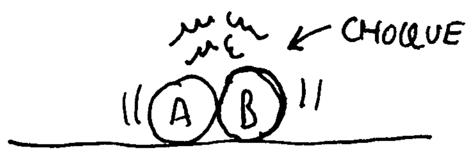
$$\frac{1}{2}M_A\left(2\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}m_B\left(10\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{1}{2}M_A v_{f_A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{f_B}^2$$ ← ENERGÍA

CHOQUE ELASTICO

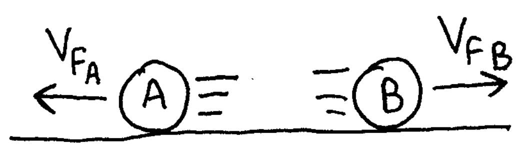
Tengo un choque elástico cuando los cuerpos chocan y rebotan. En el choque elástico no se pierde energía. En los choques elásticos **LA ENERGÍA SE CONSERVA**. Atento con esto porque es el concepto principal de choque elástico.
En los choques elásticos los cuerpos **NO QUEDAN PEGADOS DESPUES DEL CHOQUE**. Se separan y cada uno se va para su lado. Chocan y rebotan. El ejemplo típico de choque elástico es 2 bolas de billar que chocan. Fijate:



← **LOS CUERPOS ESTAN POR CHOCAR.**



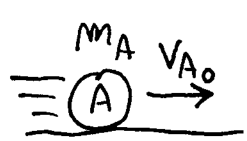
← **CHOCAN**



← **REBOTAN Y CADA UNO SE VA PARA SU LADO.**

CONSERVACION DE LA ENERÍA EN LOS CHOQUES ELASTICOS

Fijate como es el asunto: Los dos cuerpos se acercan con velocidades iniciales $V0_A$ y $V0_B$. Después chocan y salen con otras velocidades finales Vf_A y Vf_B . Lo que es importante que entiendas es lo siguiente: el cuerpo **A** tiene inicialmente cierta velocidad, quiere decir que tiene energía cinética.



⇐ **EL OBJETO A TIENE INICIALMENTE UNA Ec QUE VALE $\frac{1}{2}$ $m_A . V0_A^2$**

Supongamos que yo hago la cuenta $\frac{1}{2}$ $m_A . V0_A^2$ y me da 30 joules. Ahora hago la misma cuenta para **B** y me da 40 joules. Eso quiere decir que la energía cinética inicial del sistema vale 70 joules. (30 + 40). Después del choque el sistema también va a tener 70 joules. No es que después del choque **A** va a seguir teniendo 30 joules y **B**

va a seguir teniendo 40 joules. **A** podrá tener por ejemplo 20 joules y **B** podrá tener por ejemplo 50 joules. Lo que sea. La suma tendrá que seguir siendo 70 joules.
¿ Entendés cómo es el asunto ?

¿ COMO RECONOCER SI UN CHOQUE ES PLÁSTICO O ELÁSTICO ?

A uno le toman en un parcial un problema de choque... ¿ Cómo sabe uno si el problema que le están tomando es de choque plástico o de choque elástico ?
Rta: Muy fácil. Si el choque es elástico, el enunciado tiene que aclarar que los cuerpos chocan de manera tal que no se pierde energía en el choque. Esto puede estar dicho de manera directa o de manera indirecta. Pero de alguna forma tiene que estar aclarado. Sólo así uno puede saber si el choque es elástico. Si el enunciado no aclara nada, entonces no se puede saber.

Otras pistas :
Hay otras maneras que uno tiene de diferenciar un choque plástico de uno elástico. Por ejemplo, en la gran mayoría de los choques plásticos los cuerpos quedan pegados después del choque. Digo " la mayoría de las veces" porque en un choque plástico los cuerpos pueden quedar separados. Esto pasa si en el choque uno de los cuerpos atraviesa al otro. (Por ejemplo, una bala que atraviesa una manzana). Los cuerpos también quedan separados si el choque es explosivo. En cambio en los choques elásticos los cuerpos **SIEMPRE** se separan después del choque. En realidad que los cuerpos queden separados o no, no prueba del todo que un choque sea plástico o elástico. Pero en la mayoría de los casos es así. Es decir, te podrían tomar una situación rara donde los cuerpos reboten después del choque y sin embargo el choque no sea elástico. Sería un caso raro, pero podría pasar. Este tipo de choque donde los cuerpos rebotan pero la energía no se conserva no es un choque totalmente plástico pero tampoco es un choque totalmente elástico. Se lo suele llamar choque semielástico.

No hay que complicarse. Si en el problema te aclaran que la energía se conserva durante el choque, el choque es elástico. Si no te aclaran nada, el choque es plástico. Eso es todo.

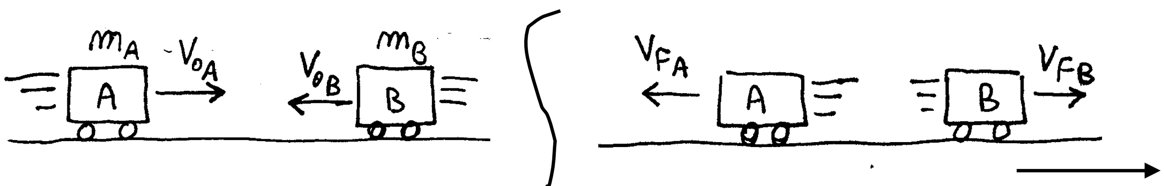
CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LOS CHOQUES ELASTICOS

La cantidad de movimiento se conserva en cualquier tipo de choque, sea plástico o elástico. Entonces en los choque elásticos también va a haber que plantear la conservación de la cantidad de movimiento **P**.

Quiere decir que si antes del choque el sistema tiene una cantidad de movimiento de 50 N.S, después del choque también tendrá que haber una cantidad de movimiento de 50 N.S. O sea, es igual que en choque plástico: la suma de las cantidades de movimiento antes del choque tiene que ser igual a la suma de las cantidades de movimiento después del choque.

COMO SE RESUELVE UN PROBLEMA DE CHOQUE ELASTICO

Voy a tener un choque elástico cuando el problema me aclare que en el choque se conserva la energía. En el choque elástico los cuerpos no quedan juntos. Rebotan después del choque. Vamos a un ejemplo concreto. Supongamos que tengo el siguiente choque elástico:



SITUACION INICIAL SITUACION FINAL

Para resolver este tipo de problemas se hace lo siguiente:

PASO 1

Se elige el sistema de referencia positivo y se plantea la conservación de la **cantidad de movimiento**. El planteo consiste en poner que la cantidad de movimiento total que tienen los 2 cuerpos **antes** del choque tiene que ser igual a la cantidad de movimiento total que tienen los 2 cuerpos **después** del choque.

$$\boxed{P_f = P_0}$$ ⇐ Planteo de la conservación de La cantidad de movimiento.

A la larga este planteo te va a llevar a una ecuación de este tipo:

$$m_A.V_{Ao} + m_B.V_{Bo} = m_A.V_{Af} + m_B.V_{Bf}$$

V_{Ao} significa " Velocidad de A inicial ". V_{Bo} significa " Velocidad de B inicial ". El planteo de la conservación de la cantidad de movimiento es el mismo que se hace para los choques plásticos. Tanto en los choques plásticos como en los choques elásticos se conserva la cantidad de movimiento. La única diferencia es que si el choque es elástico, los cuerpos rebotan después del choque.

PASO 2

Se plantea la **conservación de la energía**. La energía total que tienen los 2 cuerpos

antes del choque es igual a la energía total que tienen los 2 cuerpos **después** del choque. Entonces se plantea que:

$$\boxed{E_f = E_0}$$

⇐ Planteo de la conservación De la energía.

Plantear $E_{FINAL} = E_{INICIAL}$ te va a llevar a una Ecuación de este tipo:

$$\tfrac{1}{2}\, m_A.V_{Ao}^{\,2} + \tfrac{1}{2}\, m_B.V_{Bo}^{\,2} = \tfrac{1}{2}\, m_A.V_{Af}^{\,2} + \tfrac{1}{2}\, m_B.V_{Bf}^{\,2}$$

Esta ecuación choclaza de conservación de energía es lo nuevo que aparece acá en choque elástico. En choque plástico sólo había que plantear la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento. Ahora hay que plantear $\boxed{2}$ ecuaciones: UNO: Conservación de la cantidad de movimiento. DOS : Conservación de la energía.

Desde el punto de vista conceptual no tengo nada más que decirte. Esto es todo con respecto a choque elástico. Pero hay una aclaración que quiero hacerte:
Uno hace 2 planteos para resolver un problema de choque elástico: Primero plantea conservación de la cantidad de movimiento y después plantea conservación de la energía. Con esto uno obtiene 2 ecuaciones choclazas parecidas a las que yo puse antes. Siempre te va a quedar un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Con esas 2 ecuaciones hay que resolver el problema. En principio resolviendo este sistema de ecuaciones uno calcula lo que le piden. Chau, nota 10. (diez). Fenómeno. Te vas a tu casa, la-la-la. Pero atençao. El asunto se puede complicar.
¿ Por qué ?
Bueno, pasa que en la ecuación de la energía las velocidades **están al** $^{\mathbf{2}}$. Esto va a traer bastantes problemas cuando quieras despejar alguna de esas velocidades. Por este motivo es que cuando ellos toman choque elástico en un examen, generalmente alguna de las velocidades iniciales es **cero**. Esto lo hacen para que no te sea tan hipercomplicado resolver el terrible sistema de ecuaciones que queda.

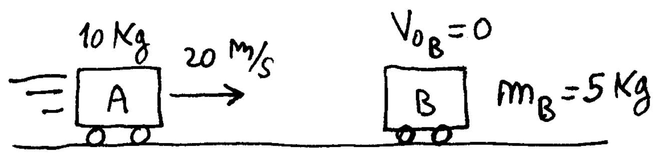
Ellos suelen decir esto con la siguiente frase: La matemática que gobierna un choque elástico es más complicada que la matemática de un choque plástico. En los choques elásticos siempre va a haber que resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas en donde varias de las incógnitas están al ^{2}.

De todas maneras, no desesperéis. Al final pongo un truco para evitar tener que resolver un gigantesco sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. (Ver " Ecuación salvadora para choque elástico).
Vamos ahora a un ejemplo :

EJEMPLO – CHOQUE ELÁSTICO

UN CUERPO A DE MASA 10 kg VIENE CON UNA VELOCIDAD DE 20 m/s Y CHOCA A UN CUERPO B DE MASA 5 kg QUE INICIALMENTE SE ENCUENTRA DETENIDO. LOS CUERPOS CHOCAN Y REBOTAN. NO SE PIERDE ENERGIA EN EL CHOQUE. CALCULAR LAS VELOCIDADES DE CADA CUERPO DESPUES DE LA COLISION.

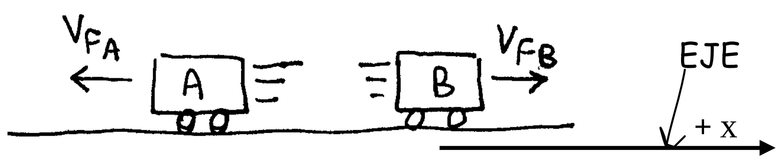
Bueno, veo que es un choque elástico por que el problema me aclara que se conserva la energía durante el choque. Hagamos un dibujito:



⇦ ANTES DEL CHOQUE

Entonces planteo la conservación de la cantidad de movimiento y la conservación de la energía. Veamos . Después del choque lo que tengo es esto :

DESPUES DEL CHOQUE ⇨



Tomo un sistema de referencia positivo hacia la derecha y planteo la conservación de **P** y de la E_{CIN}.

1 – Conservación de la cantidad de movimiento. Planteo: $P_0 = P_f$ ➔

$$m_A.V_{Ao} + m_B.V_{Bo} = m_A.V_{Af} + m_B.V_{Bf}$$

En este caso la velocidad inicial de B es cero. Así que reemplazando por los datos me queda :

$$\textcircled{1} \quad 10\ kg\ .\ 20\ m/s + 0 = 10\ kg\ .\ V_{Af} + 5\ kg\ .\ V_{Bf}$$

⇦ **CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

2 – Conservación de la energía. Planteo: $E_{m0} = E_{mf}$ ➔

$$\tfrac{1}{2}\ m_A.V_{Ao}^2 + \tfrac{1}{2}\ m_B.V_{Bo}^2 = \tfrac{1}{2}\ m_A.V_{Af}^2 + \tfrac{1}{2}\ m_B.V_{Bf}^2$$

$$② \quad \tfrac{1}{2}\ 10\ kg.(\ 20\ m/s\ )^2 + 0 = \tfrac{1}{2}\ m_A.V_{Af}{}^2 + \tfrac{1}{2}\ m_B.V_{Bf}{}^2 \quad \Leftarrow$$

CONSERVACION DE LA ENERGIA

Tengo un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Estas ecuaciones son :

$$\begin{cases} 200\ kg.m/s = 10\ kg\ .\ V_{Af} + 5\ kg\ .\ V_{Bf} & \boxed{1} \\ 2000\ kg.\ m^2/s^2 = \tfrac{1}{2}\ 10\ kg.V_{Af}{}^2 + \tfrac{1}{2}\ 5kg\ .V_{Bf}{}^2 & \boxed{2} \end{cases}$$

Si te fijás un poco vas a ver que este sistema de ecuaciones es un poco feo para resolver. Hay incógnitas que están al^2. Peor sería la cosa si la velocidad inicial de **B** no fuera cero. Para resolver el sistema creo que lo mejor va a ser despejar V_{Af} de la primera ecuación y reemplazarlo en la 2da. Probemos :

$$10\ kg\ .\ V_{Af} = 200\ kg.m/s - 5\ kg\ .\ V_{Bf} \quad \rightarrow$$

$$V_{Af} = 20\ m/s - 0{,}5\ V_{Bf}$$

Reemplazo esto en la otra ecuación y me queda :

$$2.000\ kg.\ m^2/s^2 = \tfrac{1}{2}\ 10\ kg.\ (\underbrace{20\ m/s - 0{,}5\ V_{Bf}}_{V_{Af}})^2 + \tfrac{1}{2}\ 5\ kg.V_{Bf}{}^2$$

El kg sale factor común y lo puedo simplificar. Haciendo algunas cuentas :

$$2.000\ m^2/s^2 = 5.\ (\ 400\ m^2/s^2 - 2 \times 20\ m/s\ .\ 0{,}5\ m/s.\ V_{Bf} + 0{,}25\ V_{Bf}{}^2\ ) + 2{,}5\ V_{Bf}{}^2$$

$$2.000\ m^2/s^2 = 2.000\ m^2/s^2 - 100\ m^2/s^2\ V_{Bf} + 1{,}25\ V_{Bf}{}^2 + 2{,}5\ V_{Bf}{}^2$$

$$\rightarrow\ 3{,}75\ V_{Bf}{}^2 = 100\ m^2/s^2\ .\ V_{Bf}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_{Bf} = 26{,}66\ m/s} \quad \Leftarrow$$

VELOCIDAD FINAL DEL CUERPO B

Esta es la velocidad que tiene el objeto B después del choque. El signo positivo me indica que esta velocidad va en el mismo sentido que el sistema de referencia, es decir, hacia la derecha. Reemplazando esta velocidad en cualquiera de las 2 ecuaciones que tenía al principio, saco la velocidad del cuerpo **A**. Me da :

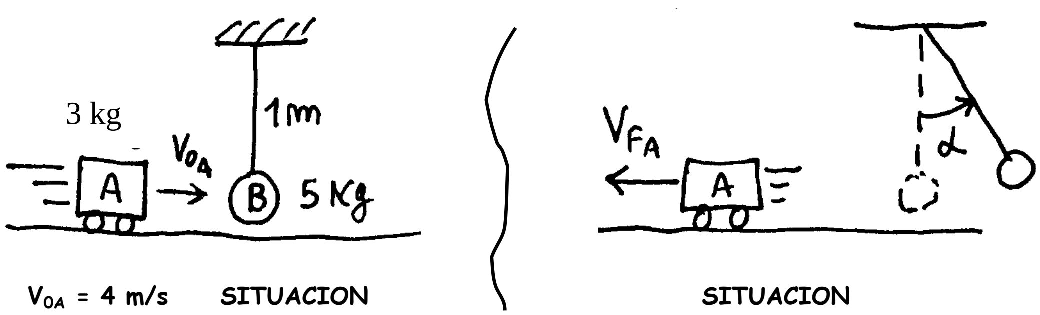
$$V_{Af} = 20\ m/s - 0{,}5\ .\ (\underbrace{26{,}66\ m/s}_{V_{Bf}})$$

⇨ $\boxed{V_{Af} = 6{,}66\ m/s}$ ⇦ **VELOCIDAD FINAL DEL CUERPO A .**

Ojo. La velocidad final del cuerpo **A** después del choque me dio **<u>POSITIVA</u>**. Eso significa que **A** también se mueve para la derecha después del choque. A mi me daba la impresión de que la V_{Af} tendría que haber dado para la izquierda. (Así la marqué yo en mi dibujo). Por lo visto me equivoqué. Dió para la derecha. Los problemas de choque elástico son así. Son medio tramposos. Ojo.

<u>OTRO EJEMPLO</u>:

EL CARRITO DE LA FIGURA DE MASA m_A = 3 kg QUE SE MUEVE CON VELOCIDAD INICIAL V_0 = 4 m/s GOLPEA CONTRA EL PENDULO B DE MASA m_B = 5 kg y LONGITUD 1 m. COMO RESULTADO DE LA INTERACCION, EL PENDULO SE APARTA UN ANGULO α DE SU POSICION DE EQUILIBRIO. CALCULAR EL VALOR DE ALFA SUPONIENDO QUE EL CHOQUE FUE TOTALMENTE ELASTICO.



V_{0A} = 4 m/s **SITUACION INICIAL** **SITUACION FINAL**

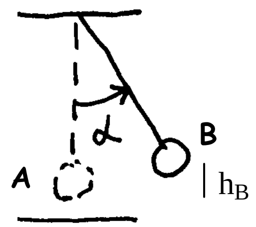
Lo que tengo que calcular en este problema es la velocidad con la que sale la bola **B** después del choque. Para eso tendría que plantear un choque elástico. Las cuentas son un poco largas y no las pongo. Las hice acá en un papelito que tengo al lado mío. Planteo conservación de cantidad de movimiento y conservación de energía. Me da que la velocidad de **B** después del choque es :

⇨ $\boxed{V_{Bf} = 3\ m/s}$ ⇦ VELOCIDAD FINAL DEL CUERPO B .

Dicho sea de paso, la velocidad final para el cuerpo **A** después del choque me dio - 1 m/s. (Negativa). Eso quiere decir que el carrito **A** sale para ← allá .

<u>Conclusión</u>: después del choque la bola del péndulo **B** se empieza a mover con una velocidad de 3 m/s hacia la derecha y el carrito **A** rebota con una velocidad de 1 m/s. Veamos hasta que altura llega el péndulo **B** que viene con esa velocidad de 3 m/s. Hago un planteo por energía : Después del choque la energía mecánica se

conserva. Quiere decir que la Energía mecánica que había al principio tendrá que ser igual a la energía mecánica que hay al final. Tonces :



$E_{MB} = E_{MA}$

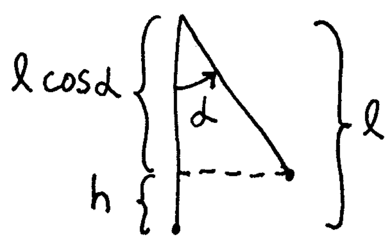
$$Ep_B = Ec_A \rightarrow m_B\, g\, h_B = \tfrac{1}{2}\, m_B . V_B^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad h_B = V_B^{\,2} / 2g \rightarrow \quad h_B = (3\ m/s)^2 / 2 \,.\, 10 m/s^2$$

$$\boxed{h_B = 0{,}45\ m} \Leftarrow$$

ALTURA A LA QUE LLEGA EL PENDULO.

Ahora teniendo esta altura, puedo calcular el ángulo alfa. Fijate. Voy a dibujar un triangulito. Por favor aprendete este truco porque es importante. Va a volver a aparecer en otros problemas.



$h = L - L \cos \alpha$

Entonces:

$$0{,}45\ m = 1\ m - 1\ m \cos \alpha$$

$$1\ m \cos \alpha = 1\ m - 0{,}45\ m$$

$$\cos \alpha = 0{,}55$$

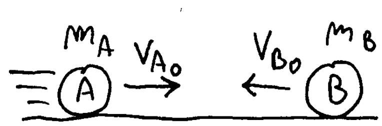
$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 56{,}63\ ^\circ} \Leftarrow$$

ANGULO DE INCLINACION DEL PENDULO.

Aclaración: A veces la gente pregunta si al plantear la 1ra parte del choque elástico hay que tomar en cuenta la tensión de la cuerda. La respuesta es no. Se supone que el choque dura una décima o una centésima de segundo. El efecto que puede llegar a producir la tensión de la cuerda en ese intervalo de tiempo es tan-tan chico que no se toma en cuenta. Se desprecia, digamos.

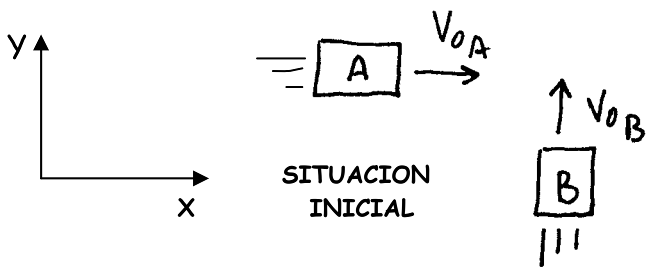
CHOQUE PLASTICO EN 2 DIMENSIONES

Los choques que vimos hasta ahora eran choques en una dimensión. Esto quiere decir que los cuerpos venían moviéndose sobre una misma línea recta.

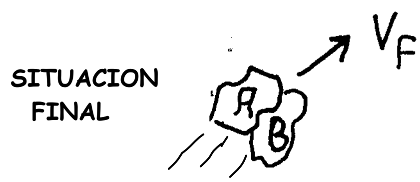


CHOQUE EN UNA DIMENSION

La cosa es que uno puede llegar a tener un choque en donde los cuerpos vengan moviéndose en forma inclinada. Por ejemplo:



CHOQUE EN 2 DIMENSIONES

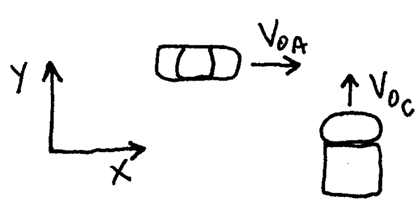


LOS CUERPOS SIGUEN JUNTOS FORMANDO UN ANGULO ALFA.

Para resolver este tipo de choques lo que se hace es dividir el problema en dos. Por un lado se analiza lo que pasa en el eje equis y por el otro lo que pasa en el eje Y. Después lo que se hace es plantear conservación de la cantidad de movimiento en cada uno de los ejes. Lo vas a entender enseguidita con un ejemplo. Fijate.

EJEMPLO – CHOQUE EN 2 DIMENSIONES

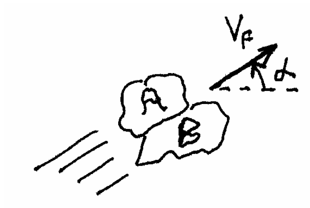
UN AUTO Y UN CAMION QUE VIENEN MOVIENDOSE EN DIRECCIONES PERPENDICULARES, CHOCAN AL LLEGAR A LA ESQUINA. CALCULAR LA VELOCIDAD FINAL LUEGO DEL CHOQUE Y SU DIRECCION. SUPONER QUE LOS VEHICULOS QUEDAN PEGADOS DESPUES DEL CHOQUE.



$V_{0A} = 20\ \frac{m}{s}\ ;\ m_A = 1000\ Kg$

$V_{0C} = 10\ \frac{m}{s}\ ;\ m_C = 5000\ Kg$

Planteo conservación de la cantidad de movimiento en cada eje. Después del choque los 2 cuerpos quedan pegados y salen juntos con la misma velocidad.



← SITUACIÓN DESPUÉS DEL CHOQUE

Entonces, en el eje equis: $P_{0x} = P_{fx}$

$$\Rightarrow \quad m_A . V_{0A} = (m_A + m_C) . V_{fx}$$

$$\Rightarrow \quad 1000\ kg \times 20\ m/s = (1000\ kg + 5000\ kg) \times V_{fx} \qquad \boxed{1}$$

En el eje Y: $P_{0y} = P_{fy}$

$$\Rightarrow \quad m_C . V_{0C} = (m_A + m_C) . V_{fy}$$

$$\Rightarrow \quad 5000\ kg \times 10\ m/s = (1000\ kg + 5000\ kg) \times V_{fy} \qquad \boxed{2}$$

Me quedó un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Las incógnitas son las velocidades finales en equis y en **Y**. Me queda:

$$\begin{cases} 20.000\ kg.m/s = 6.000\ kg\ .\ V_{fx} & \boxed{1} \\ 50.000\ kg.m/s = 6.000\ kg\ .\ V_{fy} & \boxed{2} \end{cases}$$

Despejando V_{fx} y V_{fy} :

$$V_{fx} = 3{,}33\ m/s$$

$$\text{y} \qquad V_{fy} = 8{,}33\ m/s$$

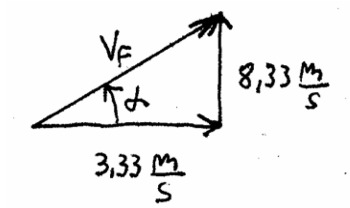
Componiendo estas 2 velocidades por Pitágoras saco la velocidad total.

$$V_T = \sqrt{V_{fx}^2 + V_{fy}^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_T = 8{,}97\ m/s} \longleftarrow$$

VELOCIDAD FINAL
DESPUES DEL CHOQUE

Para sacar el ángulo que forma la velocidad final con el eje x hago este dibujito:



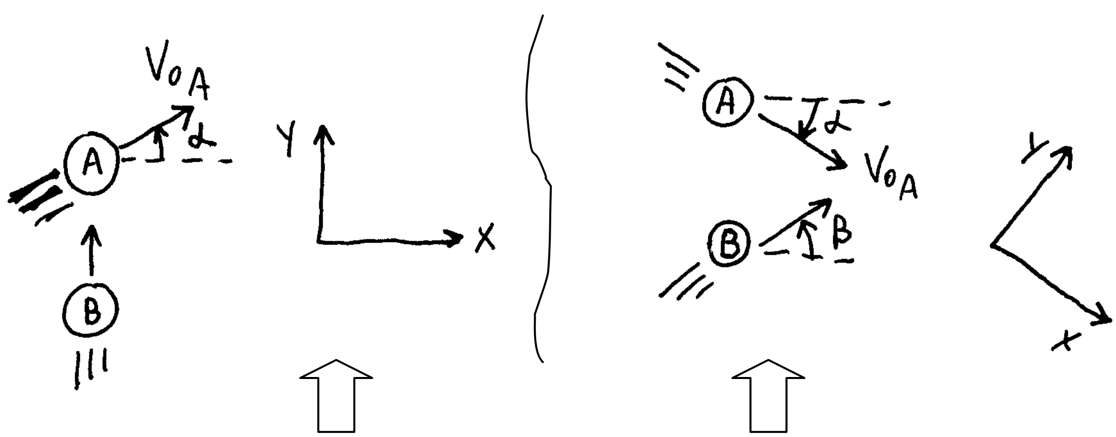
Entonces, del triángulo: tg α = 8,33 / 3,33

Tg α = 2,5

$\boxed{\alpha = 68°}$ ← VALOR DEL ANGULO

<u>Conclusión</u>: Después del choque el auto y el camión siguen moviéndose juntos con una velocidad de 8,97 m/s formando un ángulo de 68° con el eje equis.

Pregunta: En este ejemplo los cuerpos venían en forma perpendicular... ¿ Podría uno tener un choque donde inicialmente los cuerpos vinieran formando un ángulo que no fuera 90°?
<u>Rta</u>: Sí. En ese caso el problema se resuelve de la misma manera, solo que inicialmente las velocidades forman un determinado ángulo con el eje equis. De entrada habría que descomponerlas multiplicando por seno o por coseno. Cuando uno tiene una situación de este tipo lo que conviene hacer es adoptar el eje en la misma dirección de uno de los cuerpos que vienen.



EJEMPLOS DE CHOQUES ENTRE CUERPOS QUE NO VIENEN INCIALMENTE FORMANDO UN ANGULO DE 90 ° Y SISTEMA DE REFERENCIA QUE CONVIENE ADOPTAR PARA RESOLVER EL PROBLEMA .

Este tipo de choque plásticos con ángulo distinto de 90 º no es muy tomado. Generalmente hay que hacer muchas cuentas con senos y cosenos. No es la idea que el alumno se pase 30 hs haciendo cuentas. La idea es ver si el tipo tiene el concepto de lo que es un choque en 2 dimensiones.

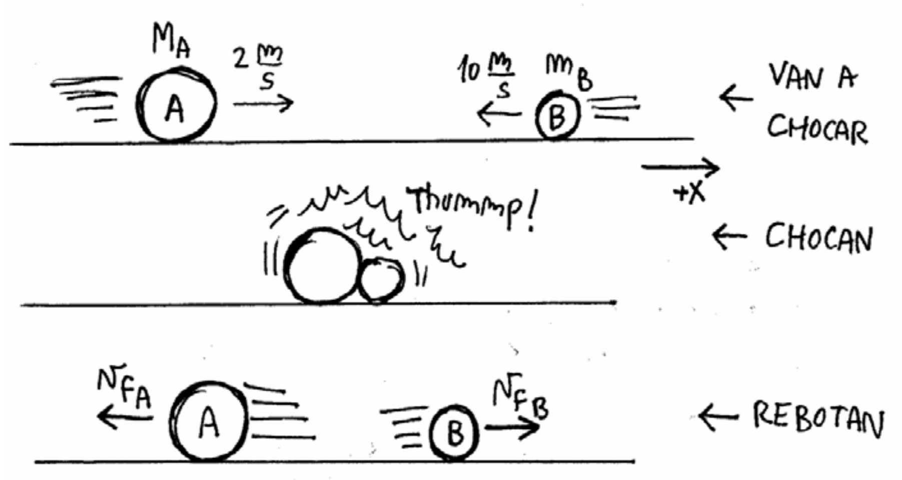
Pregunta 2 : ¿ Pueden tomar un choque <u>ELASTICO</u> en 2 dimensiones ?
<u>Rta</u>: como poder, pueden. Pero el asunto es muy complicado. Quedan ecuaciones feísimas, enmarañadas y difíciles de resolver. Ahí si que es un lío de ecuaciones con senos, cosenos y velocidades al^2. Pueden tomar un choque **<u>PLÁSTICO</u>** en dos dimensiones. Pero yo te diría que es muy difícil que tomen un choque **<u>ELASTICO</u>** en dos dimensiones.

<u>CHOQUE SEMIELÁSTICO</u>

Los choques perfectamente elásticos son una idealización. Cualquier choque que ocurre en la realidad real es semielástico. Es decir, parte de la energía se pierde en el choque. Entonces, tengo un choque semielástico cuando los cuerpos chocan, rebotan pero se pierde algo de energía en el choque. Se suele decir que el choque de 2 bolas de billar es un choque elástico. Pero en realidad si hilás finito, es semielástico. Algo de energía se pierde en el golpe.

¿ Cómo se resuelve un choque semielástico ? bueno , veamos un ejemplo:

> DOS CUERPOS DE MASAS M_A =10 Kg Y M_B = 2 Kg CHOCAN Y REBOTAN COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR LAS VELOCIDADES FINALES V_{FA} Y V_{FB} SABIENDO QUE SE PIERDE UN 20 % DE LA ENERGIA EN EL CHOQUE



Empiezo planteando la conservación de la cantidad de movimiento. La cantidad de movimiento se conserva siempre, cualquiera sea el tipo de choque. Tomo sistema de referencia positivo para ➔ allá. Me queda:

$$M_A\, 2\frac{m}{s} + m_B\left(-10\frac{m}{s}\right) = M_A\, v_{FA} + m_B\, v_{FB} \quad \leftarrow \text{CANTIDAD DE MOV.}$$

Por favor fijate el signo de V_{0A} en esta ecuación. La velocidad V_{0A} vale 10 m/s pero su signo es **negativo** porque va para ← allá.
En principio no sé para dónde van V_{FA} y V_{FB}. Así que las pongo con signo positivo. La ecuación me dirá que signo tienen y para dónde van. El asunto queda :

$$10\ kg\ .\ 2\ m/s\ +\ 2\ kg\ .\ (\ -\ 10\ m/s\ )\ =\ 10\ kg\ .V_{Af}\ +\ 2\ kg\ .V_{Bf}$$

Simplifico los kilogramos:

$$\rightarrow\ 0\ =\ 10\ V_{Af}\ +\ 2\ V_{Bf}$$

Vamos ahora al planteo de conservación de la energía. Justamente no puedo plantear conservación de energía porque el enunciado dice que el 20 % de la energía se pierde en el choque. Pero lo que sí puedo plantear es que :

$$E_{Mf} = 0{,}8\ E_{M0}\ \leftarrow\ \boxed{\text{VER ESTO}}$$

La ecuación de energía queda:

$$\tfrac{1}{2}\ M_A.V_{Af}^{\ 2} + \tfrac{1}{2}\ m_B.V_{Bf}^{\ 2} = 0{,}8\ [\ \tfrac{1}{2}\ M_A.\ (\ 2\ m/s)^{\ 2} + \tfrac{1}{2}\ m_B.(\ 10\ m/s)^{\ 2}\ ]$$

$$\rightarrow\ \tfrac{1}{2}\ 10\ kg\ .V_{Af}^{\ 2} + \tfrac{1}{2}\ 2\ kg.V_{Bf}^{\ 2} = 0{,}8\ [\ \tfrac{1}{2}\ 10\ kg.(\ 2\ m/s)^2 + \tfrac{1}{2}\ 2\ kg\ .(\ 10\ m/s)^2\ ]$$

Hago las cuentas y simplifico los kilogramos. El choclazo se me reduce a :

$$5\ V_{Af}^{\ 2} + V_{Bf}^{\ 2} = 16\ (m/s)^2 + 80\ (m/s)^2$$

$$\rightarrow\ 5\ V_{Af}^{\ 2} + V_{Bf}^{\ 2} = 96\ m^2/s^2$$

En definitiva me queda el siguiente sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas:

$$\begin{cases} 10\ V_{FA} + 2\ V_{FB} = 0 \\ 5\ V_{FA}^{\ 2} + V_{FB}^{\ 2} = 96\ m^2/s^2 \end{cases} \leftarrow \text{SISTEMA A RESOLVER}$$

Ahora despejo V_{FB} de la 1ra ecuación: $V_{FB} = \ominus 5\ V_{FA}$

Reemplazo $V_{FB} = -5\ V_{FA}$ en la 2da ecuación:

$$5\ V_{FA}^{2} + \left(-5\ V_{FA}\right)^{2} = 96\ m^2/s^2$$

$$\Rightarrow \quad 30\ V_{FA}^{2} = 96\ m^2/s^2$$

$$\rightarrow \ V_{FA}^{2} = 3{,}2\ m^2/s^2$$

$$\boxed{\begin{array}{c} V_{FA} = 1{,}788\ m/s \\ \text{Y} \quad V_{FB} = -\ 8{,}944\ m/s \end{array}}$$

⇦ VELOCIDADES FINALES ?

Ahora, acá hay un pequeño gran problema. Algo no anda. Según los signos que obtuve, V_{FB} va para ← allá y V_{FA} va para → allá. Eso no puede ser. V_{FB} obligatoriamente tiene que ir para allá →. Si no, es como si la pelota B "estuviera atravesando a la pelota A". ¿ Por qué pasa esto ?

Rta: La cuestión es la siguiente: En un momento yo dije $30\ V_{FA}^2 = 96\ m^2/s^2$. Saqué la raíz cuadrada y me quedó $V_{FA} = 1{,}788\ m/s$. Pero acá viene el asunto, porque **la raíz cuadrada tiene doble signo**. Yo usé la solución positiva. La raíz positiva me da la solución **matemática** del problema, pero no la solución **física**. La solución física es la que dice que V_{FB} tiene que rebotar y salir para allá →. Quiere decir que para encontrar la verdadera respuesta al problema hay que usar la raíz negativa. O sea :

$$\boxed{\begin{array}{c} V_{FA} = -\ 1{,}788\ m/s \\ \text{Y} \quad V_{FB} = 8{,}944\ m/s \end{array}}$$

⇦ VELOCIDADES FINALES

Así es la física, amigo. Complicada y tramposa. Por eso la gente la detesta.

FÓRMULA SALVADORA PARA CHOQUE ELÁSTICO

Los problemas de choque elástico suelen terminar en un sistema de ecuaciones choclazo y difícil de resolver. Hay un truco para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones. Esto lo sabe poca gente. Fijate. Las ecuaciones para un choque elástico entre 2 cuerpos A y B son:

1 - Conservación de la cantidad de movimiento: $m_A . V_{0A} + m_B . V_{0B} = m_A . V_{FA} + m_B . V_{FB}$

2 - conservación de la energía : $\frac{1}{2}\, m_A .\ V_{0A}^{2} + \frac{1}{2}\, m_B . V_{0B}^{2} = \frac{1}{2}\, m_A . V_{FA}^{2} + \frac{1}{2}\, m_B . V_{FB}^{2}$

Trabajando con letras se pueden hacer unos despejes de estas ecuaciones. Hay que trabajar un rato. Después uno combina estos despejes y llega a esta ecuación:

$$\boxed{V_{0A} - V_{0B} = V_{FB} - V_{FA}}$$

FÓRMULA SALVADORA PARA CHOQUE ELÁSTICO

La deducción completa de esta fórmula es un poco larga. Por eso no la pongo. Podés mirarla en los libros o podés probar deducirla vos. La cuestión es la siguiente: Desde el punto de vista matemático esta ecuación reemplaza a la ecuación de conservación de la energía. Entonces resolver el sistema de ecuaciones se vuelve mucho más fácil. Ahora ya no aparecen las velocidades al cuadrado.

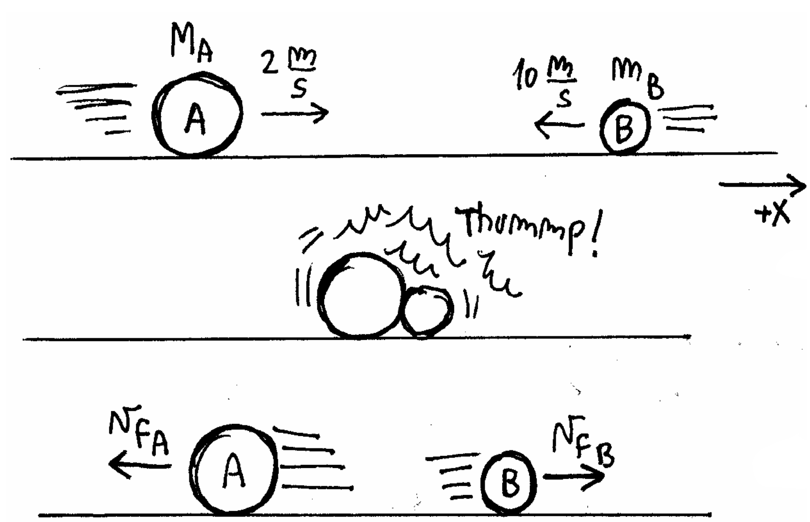
Ahora fijate esto: Desde el punto de vista conceptual el término $\mathbf{V_{0A} - V_{0B}}$ es la **velocidad relativa de acercamiento entre los 2 cuerpos antes del choque**. Cuando digo velocidad relativa quiero decir la velocidad con la cual uno de los cuerpos ve venir al otro. A su vez el término $V_{FB} - V_{FA}$ es la velocidad relativa de alejamiento de los cuerpos después del choque. Entonces ellos suelen decir lo siguiente:

> En un choque elástico la velocidad relativa de acercamiento entre los 2 cuerpos antes del choque es igual a la velocidad relativa de alejamiento de los cuerpos después del choque. Es decir:
>
> $$V_{0A} - V_{0B} = V_{FB} - V_{FA}$$

SIGNIFICADO CONCEPTUAL DE LA FÓRMULA SALVADORA

Vamos a ver como se usa esta fórmula en un problema concreto.

DOS CUERPOS DE MASAS M_A =10 Kg Y M_B = 2 Kg CHOCAN ELASTICAMENTE Y REBOTAN COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR LAS VELOCIDADES FINALES V_{FA} Y V_{FB}



Empiezo planteando la conservación de la cantidad de movimiento. Tomo sistema de referencia positivo para ➔ allá. Me queda:

$$M_A\, 2\frac{m}{s} + m_B\left(-10\frac{m}{s}\right) = M_A\, v_{FA} + m_B\, v_{FB} \quad \leftarrow \text{CANTIDAD DE MOV.}$$

La ecuación queda :

$$10\ kg\ .\ 2\ m/s\ +\ 2\ kg\ .\ (\ -\ 10\ m/s\ )\ =\ 10\ kg\ .V_{Af}\ +\ 2\ kg\ .V_{Bf}$$

Simplifico los kilogramos:

$$\Rightarrow\ 0\ =\ 10\ V_{FA} + 2\ V_{FB} \quad \boxed{1}$$

Ahora en vez de plantear la ecuación de la energía, voy a poner la fórmula salvadora. Me queda:

$$V_{0A} - V_{0B} = V_{FB} - V_{FA}$$

$$\Rightarrow\ 2\ m/s - (\ -\ 10\ m/s\ ) = V_{FB} - V_{FA}$$

$$\Rightarrow\ 12\ m/s = V_{FB} - V_{FA} \quad \boxed{2}$$

Despejando V_{FB} de la 2da ecuación: $V_{FB} = 12\ m/s + V_{FA}$. Reemplazando esto en la ecuación 1 :

$$0\ =\ 10\ V_{FA} + 2\ (\ 12\ m/s + V_{FA}\ )$$

$$\Rightarrow\ 0\ =\ 10\ V_{FA} + 24\ m/s + 2\ V_{FA}$$

$$\Rightarrow\ -\ 24\ m/s = 12\ V_{FA}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} V_{FA} = -\ 2\ m/s \\ \text{y}\quad V_{FB} = 10\ m/s \end{array}} \Leftarrow$$

VELOCIDADES FINALES DESPUÉS DEL CHOQUE

Resumiendo, la ecuación salvadora es una fórmula que permite resolver más rápido un choque elástico. El truco consiste en usar la fórmula salvadora en vez de la ecuación de conservación de la energía. Al hacer esto, el sistema de ecuaciones se simplifica mucho y es más fácil resolverlo.

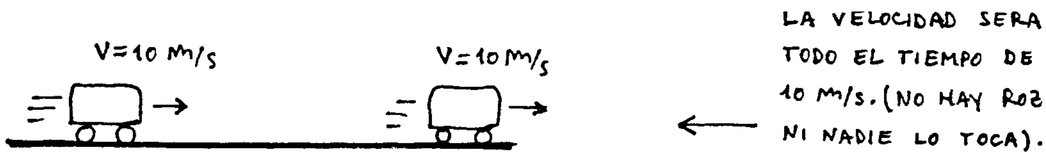
FIN CHOQUE ELASTICO

RESUMEN DE FORMULAS

Pongo ahora un resumen de toda la teoría y de las principales ecuaciones que necesitás para resolver los problemas. Si ves que falta alguna fórmula o ves que algo no se entiende, mandame un mail.

RESUMEN DE DINAMICA - LEYES DE NEWTON

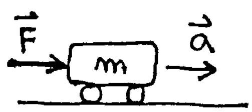
1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA : Si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que sobre él actúe una fuerza.



Si $F = 0 \rightarrow a = 0$ (v = cte) $\Leftarrow$ **1ra LEY**

2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA

Si uno le aplica una fuerza a un cuerpo este va a adquirir una aceleración que es proporcional a la fuerza aplicada. Esta aceleración será más grande cuanto mayor sea la fuerza que actúa. Es decir, **a** es directamente proporcional a la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa.



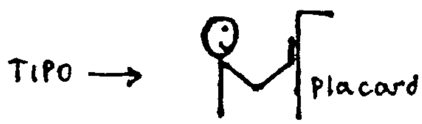
$\Leftarrow$ $\boxed{F = m.a}$

Si hay varias fuerzas que actúan sobre el cuerpo la 2da ley se escribe:

$\boxed{\Sigma F = m.a}$ $\leftarrow$ 2da Ley de Newton

3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Si empujo una cosa con una fuerza F voy a sentir que la cosa también me empuja a mí con una fuerza igual y contraria. Esto pasa siempre cuando dos cuerpos se ejercen fuerzas entre si: La fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro.



$$F_{TIPO\ PLACARD} = F_{PLACARD\ TIPO}$$

$$\text{ACCIÓN} \longrightarrow F_{\substack{\text{QUE HAGO YO}\\ \text{SOBRE EL CUERPO}}} = F_{\substack{\text{QUE HACE EL}\\ \text{CUERPO SOBRE MI}}} \longleftarrow \text{REACCIÓN}$$

Ojo, las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas, pero nunca se anulan porque la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **sobre el placard** y la fuerza que ejerce el placard actúa **sobre el tipo**.

IMPORTANTE. Convención de signos en dinámica: sentido positivo siempre como apunta la aceleración. Con esta convención, las fuerzas que van como el vector aceleración son (**+**) y las que van al revés, son (**–**).

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: Se mide en m/s^2. (igual que en cinemática). Masa: Se mide en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Fuerza: Se mide en Newtons o en Kilogramos fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua.

$$\boxed{1 \text{ Newton} = 1\,kg\,.\,m/s^2}$$ ⇐ **1 Newton**

Leer!

Ojaldre!

Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf. Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg.

Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

$$\boxed{\mathbf{1\ Kgf = 10\ Newtons}}$$

PESO DE UN CUERPO

$$\boxed{\mathbf{P = m \times g}}$$ ⇐ FUERZA PESO

La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N sale de esta fórmula. Para los problemas se suele tomar 1 kgf = 10 Newton

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

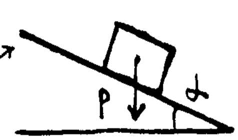
El diagrama de cuerpo libre es un dibujito que se hace para poder resolver los problemas de dinámica. Para hacer el diagrama se separa al cuerpo de lo que está tocando (imaginariamente). Se lo deja solo, libre. En lugar de lo que está tocando ponemos una fuerza. Esa fuerza es la fuerza que hace lo que lo está tocando. La ecuación de Newton se plantea en base al diagrama de cuerpo libre .

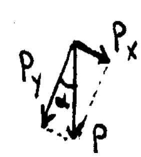
PLANO INCLINADO

Se descompone la fuerza peso en las direcciones X e Y. El valor de las fuerzas P_x y P_y se calcula con:

$$\boxed{\begin{array}{l} P_x = P\,.\,\text{sen}\,\alpha \\ P_y = P\,.\,\cos\alpha \end{array}}$$

Plano que forma un ángulo α

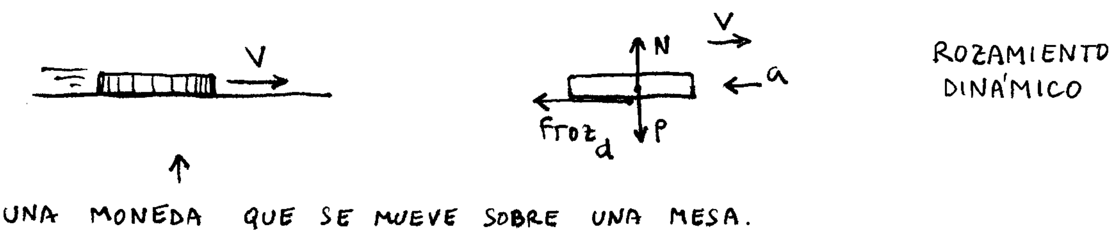




ROZAMIENTO

ROZAMIENTO DINÁMICO

Tengo rozamiento dinámico cuando un cuerpo avanza patinando y rozando contra el piso.



Mientras la moneda va deslizando la fuerza de rozamiento la va frenando. El valor de la fuerza de rozamiento dinámico es:

$$\boxed{f_{ROZ} = \mu_d \cdot N}$$

Ecuación que se usa cuando hay rozamiento dinámico.

Fuerza de rozamiento dinámico.

Coeficiente de rozamiento dinámico (mu dinámico)

Fuerza normal.

El **mu dinámico** es un número sin unidades. Este coeficiente dá una idea de qué tan grande es el rozamiento que hay entre las superficies que se están tocando. Si el piso es de cemento tendré un determinado valor de mu. Si el piso es de hielo, la superficie será más patinosa y el μ será menor.

ROZAMIENTO ESTÁTICO

Tengo rozamiento estático cuando trato de empujar una cosa para moverla pero la cosa no se mueve. Sería este ejemplo:

El tipo ejerce una fuerza sobre el placard pero el placard no quiere moverse. No hay fórmula que permita calcular el valor de la fuerza de rozamiento estático. Lo que hay es una fórmula que permite calcular la fuerza de rozamiento **máxima** que ejerce el piso antes de que el cuerpo empiece a moverse. El valor de F_{ROZ} es mu estático por ene.

$$\boxed{f_{ROZ\ e\ MAx} = \mu_e \cdot N}$$

Fuerza de rozamiento estático máxima antes de que el cuerpo empiece a moverse.

Fuerza de rozamiento estático **máxima**.

Coeficiente de rozamiento estático

Fuerza normal.

La fuerza de rozamiento estático <u>no se puede calcular siempre</u> con la fórmula mu estático por ene. Lo que vale μ_e por ene es la fuerza de rozamiento **<u>máxima</u>**, que puede existir **antes** de que el tipo empiece a moverse. (Ahora sí) .

¿ <u>HACIA DONDE APUNTA LA FUERZA DE ROZAMIENTO</u> ?

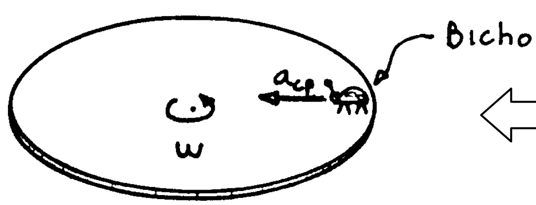
Generalmente F_{ROZ} va al revés de la velocidad. O sea, intenta frenar al cuerpo que se mueve. Pero esto no es siempre así. No siempre la fuerza de rozamiento se opone al movimiento. Hay casos raros donde la fuerza de rozamiento va para el mismo lado que la velocidad. (= Ayuda al movimiento). Lo que siempre se cumple es que:

La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento **<u>RELATIVO</u>** de las superficies que están en contacto

SENTIDO DE LA F_{ROZ}

<u>DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR</u>

Pongo algo sobre un disco que está girando. Lo que está dando vueltas tiene aceleración centrípeta porque tiene un movimiento circular.



La aceleración del bicho apunta hacia el centro. (Centrípeta)

El objeto tiene aplicada una fuerza aplicada sobre él que es la que hace que se mueva en círculos. Esta fuerza se llama **<u>centrípeta</u>**. (f_{cp}) Si la fuerza centrípeta no existiera, el cuerpo nunca podría moverse siguiendo una trayectoria circular. Esto es porque la 1ª ley de newton dice que si una cosa no tiene ninguna fuerza aplicada, obligatoriamente se va a mover siguiendo una <u>línea recta</u> .

En el caso de una cosa que esté puesta sobre un disco que gira, la fuerza centrípeta va a ser la **fuerza de rozamiento**. Mirá el diagrama de cuerpo libre:

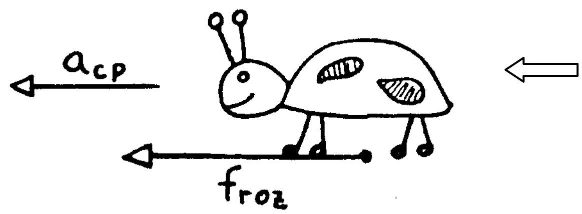


Diagrama de cuerpo libre de un objeto que está girando. La f_{cp} en este caso, es la fuerza de rozamiento. (Ojo).

Ahora, mirando el diagrama de cuerpo libre, planteo la ecuación de Newton. La única fuerza que actúa es la centrípeta. Entonces :

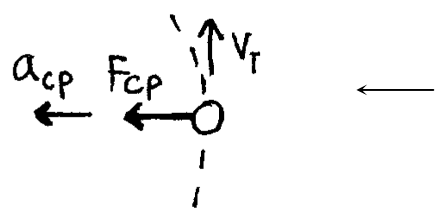
$$f_{CP} = m \times a_{CP}$$

La Fcp puede ser cualquier fuerza. En algunos casos puede ser el peso, en otros la tensión de la cuerda, la fuerza de un resorte o la fuerza de atracción gravitacional de Newton. Para el caso particular del bicho girando sobre el disco, la fcp va a ser la fuerza de rozamiento. En conclusión, para cualquier cosa que esté rotando, la ec. de Newton queda así:

$$\boxed{\sum f_{\text{EN DIRECCIÓN DEL RADIO}} = m \times a_{CP}}$$

⟸ LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR

El diagrama de cuerpo libre para un objeto que se mueve con movimiento circular:



Tiene que ser siempre así. (Es decir, con la fuerza centrípeta **apuntando hacia el centro**).

> La fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una cosa, que se mueve con movimiento circular uniforme, se llama **fuerza centrípeta** y **apunta siempre hacia el centro de la circunferencia**.

COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MOVIMIENTO CIRCULAR:

Para resolver problemas de dinámica del movimiento circular siempre conviene :

1) Hacer el diagrama de cuerpo libre poniendo **todas las fuerzas** que actúan sobre el cuerpo. Sobre el diagrama también tenés que poner que la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta. (Tenés que indicar para dónde apuntan).

2) De acuerdo al diagrama, planteás la ecuación del movimiento circular.

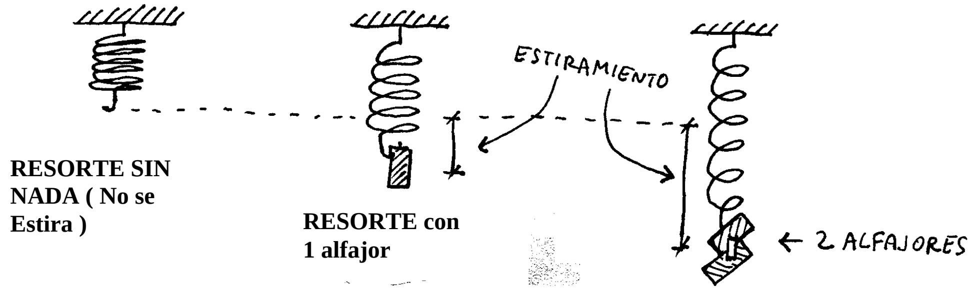
$$\sum F_{\text{en dirección radial}} = m \cdot a_{cp}$$

Es decir, escribís la sumatoria de las fuerzas en la dirección del radio y eso lo igualás a la masa por la aceleración centrípeta.

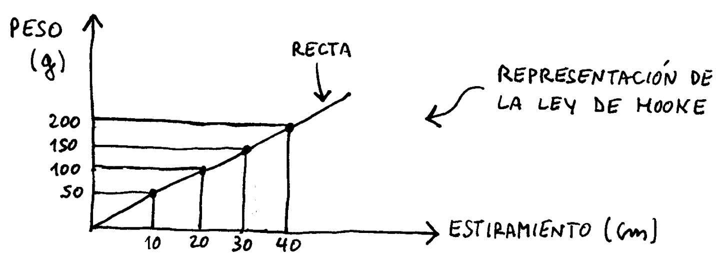
3) Reemplazás a_{cp} por $\omega^2{}_x R$ o por $V_T{}^2 / R$. De la ecuación que te queda despejás lo que te piden.

<u>FUERZAS ELÁSTICAS</u> - <u>LEY DE HOOKE</u>

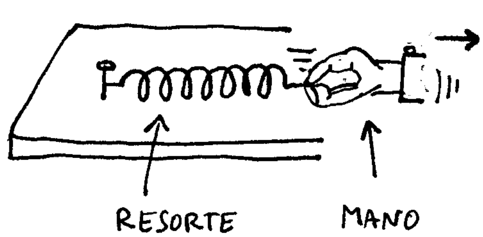
Al colgar pesos de un resorte, el resorte se estira. Con cada peso que voy colgando veo que el estiramiento va aumentando.



Hooke comprobó que si uno cuelga un peso doble, el estiramiento es el doble. Si el peso es triple, el estiramiento es el triple. O sea, comprobó que lo que se estiraba el resorte era proporcional al peso que uno le colgaba. Representemos esto.

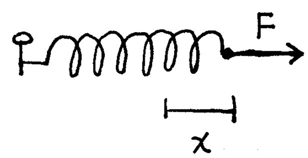


Dicho de otra manera, el estiramiento es directamente proporcional al peso colgado. Lo mismo va si pongo un resorte sobre una mesa y tiro de él.



← La mano tira del resorte y lo alarga.

Voy a llamar **F** a la fuerza que yo hago sobre el resorte y **x** al estiramiento. Pongamos el resorte con la fuerza aplicada sobre él. El diagrama sería éste:



← Esquema con la fuerza y el estiramiento.

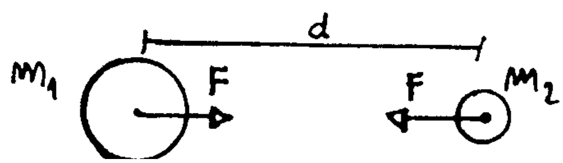
Si hago una fuerza F, tengo un estiramiento determinado. Puedo decir que la fuerza aplicada va a ser proporcional al estiramiento del resorte. O sea:

$$\boxed{F = K \times X}$$ ⇐ LEY DE HOOKE

En esta fórmula K es la constante del resorte y F es la fuerza que hace el resorte. Equis es la distancia que está estirado o comprimido el resorte. La constante K es lo que me dice si el resorte es blando o duro. Cuanto mayor es K, más duro es el resorte. (Cuando digo duro quiero decir más difícil de estirar o de comprimir)

GRAVITACIÓN (LEY DE ATRACCION DE LAS MASAS)

Newton se dio cuenta de que la atracción entre los cuerpos era producida por una fuerza que dependía de las masas de los cuerpos y de la distancia que los separaba.

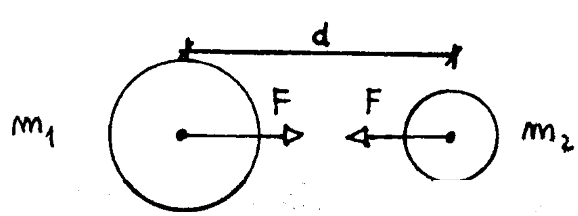


⇐ **FUERZA DE** ATRACCIÓN DE NEWTON

Cuanto mayores son las masas, mayor es la fuerza de atracción entre ellas. Cuanto <u>mayor</u> es la distancia, <u>menor</u> es la fuerza de atracción. Newton resumió todos estos conceptos en una fórmula llamada **Ley de Gravitación Universal** .

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Supongamos que tengo 2 objetos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia **d** .



← Dos objetos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia **d.**

Entre estos cuerpos aparecerá una fuerza de atracción que vale:

$$\boxed{F=G\times\frac{m_1\times m_2}{d^2}} \Longleftarrow$$

LEY DE NEWTON
DE GRAVITACION
UNIVERSAL.

En esta fórmula, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos. d es la distancia que separa a los 2 cuerpos.(Se mide desde el centro de un cuerpo al centro del otro cuerpo). Esta d va al ^{2} en la formula. La letra **<u>G</u>** representa a una constante. Se la llama constante de gravitación universal de Newton. El valor de G se determinó haciendo mediciones y experimentos. El valor que usamos para resolver los problemas es :

$$\boxed{G = 6{,}67\times 10^{-11}\,\frac{N\times m^2}{Kg^2}} \Leftarrow$$

VALOR DE LA CONSTANTE DE GRAVITACION UNIVERSAL

Fijate que G tiene unidades de fuerza multiplicadas por unidades de distancia al cuadrado divididas por unidades de masa al^2. Eso es así para que al multiplicar G por $m_1\times m2 / d^2$ la fuerza me dé en Newtons.

<u>FORMULA</u> $g_{sup} . R_T^{\,2} = G . M_T$

Esta ecuación se puede usar para La Tierra, para La Luna o para un planeta cualquiera.

$$\boxed{g_{SUP}\cdot R_P^{\,2} = G\cdot M_P}$$

Gravedad en la superficie del planeta

Radio del Planeta al^2

Cte. de Grav. Universal

Masa del planeta.

<u>LEY DE KEPLER</u>

La ley de Kepler relaciona la distancia de un planeta al sol con su período de rotación. También se puede usar para un satélite que está orbitando la Tierra. A esta ley se la suele llamar " Ley cuadrado-cúbica ".

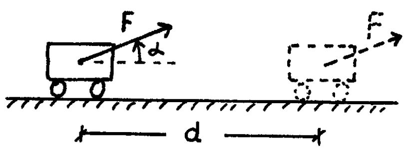
$$\boxed{\frac{T_1^{\,2}}{d_1^{\,3}} = \frac{T_2^{\,2}}{d_2^{\,3}}} \leftarrow$$

LEY DE KEPLER

RESUMEN - TRABAJO Y ENERGIA

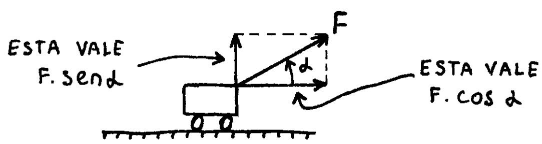
TRABAJO DE UNA FUERZA

El trabajo realizado por una fuerza F al moverse la distancia d se calcula haciendo la cuenta **F** por **d** x el coseno del angulo formado entre F y d. (Esto es una definición). Al trabajo realizado por una fuerza se lo suele poner con la letra **L**.



$$\boxed{L = F \cdot d \cdot \cos \alpha}$$ ⇐ Trabajo de una fuerza.

Fuerza aplicada. Distancia recorrida Ángulo entre F y d (o F y V)



$[L] = N \times m \leftarrow$ Joule

ACLARACIONES

* El trabajo **no es un vector**. No tiene dirección, sentido, módulo ni nada de eso.

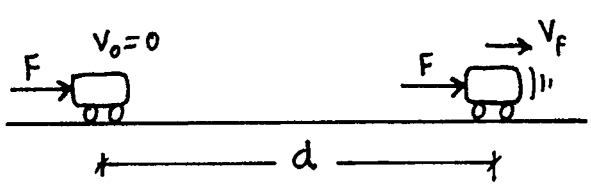
* Sólo puede haber Trabajo cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta **no puede hacer trabajo**.

* Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando el cuerpo se esté moviendo. Es el caso de las fuerzas que son perpendiculares a la trayectoria. (Ej, la Normal, la Fuerza centrípeta, etc)

* Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá →, y la fuerza va para allá ←. El signo negativo lo da el coseno del ángulo. Es el caso de fuerzas que obligan al cuerpo a frena. Ejemplo: la fuerza de rozamiento.

ENERGÍA CINÉTICA

La cosas que se mueven tienen energía cinética. La velocidad es la que le da energía cinética al cuerpo. Un cuerpo quieto no puede tener energía cinética.



$$\boxed{Ec = \tfrac{1}{2} m_{x} v^2}$$ ⇐ Energía Cinética.

Las unidades de la Energía cinética son $Kg \times m^2/s^2$ que es lo mismo que $N \times m$, que es Joule. Trabajo y energía se miden en las mismas unidades. (Joule).

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Cuando una fuerza empuja a un cuerpo, el trabajo realizado por la fuerza se transforma en Energía cinética. Para el caso cuando al ángulo alfa formado entre la fuerza y la velocidad es cero, la formula queda:

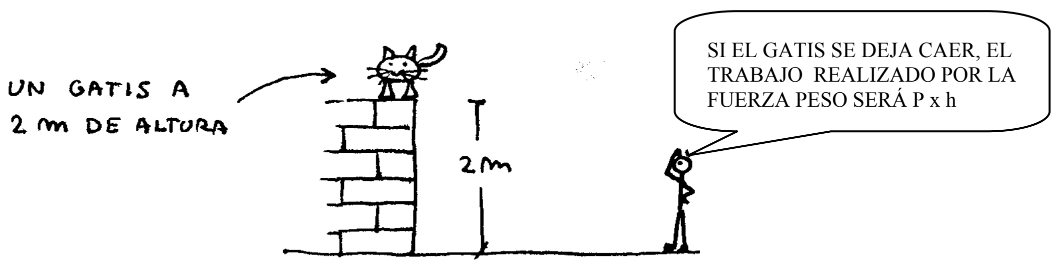
$$\boxed{\underbrace{F \cdot d}_{L_F} = \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}}_{Ec_f} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_0^{\,2}}_{Ec_0}} \Leftarrow$$

Teorema del trabajo y la Energ.cinética.

El término $\frac{1}{2}\, m \times V_0^2$ es la energía cinética inicial que tenía el cuerpo. (Puede ser cero).

TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA PESO

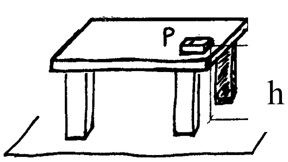
La fuerza peso realiza trabajo si el cuerpo sube o si el cuerpo baja. El trabajo realizado por el peso es: $L_{PESO} = P \times h$ si el cuerpo baja y $L_{PESO} = -\,P \times h$ si el cuerpo sube.



El trabajo del peso vale siempre $P \times h$ o $-\,P \times h$. Esto es independiente de cómo se haya movido el cuerpo. No importa si el objeto bajó rápido, bajó despacio, cayó en caída libre, fue empujado, bajó en linea recta, bajó por una escalera o por un tobogan. El trabajo realizado vale siempre $P \times h$ si el cuerpo bajó y $-\,P \times h$ si el cuerpo subió.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Un cuerpo que está a una determinada altura del piso tiene energía. Esa energía es igual al trabajo que la fuerza peso puede realizar si se deja caer al cuerpo desde esa altura. El trabajo del peso vale peso $\times$ altura. Entonces:



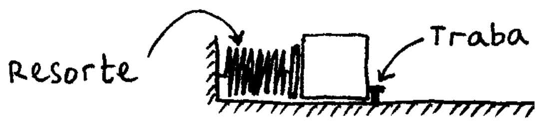
$$\boxed{E_p = P \times h \quad \text{ó} \quad E_p = m \times g \times h} \longleftarrow$$

Energía potencial que tiene un cuerpo de peso **P** que está a una altura **h**.

La Energía Potencial Gravitatoria se mide en Jules.

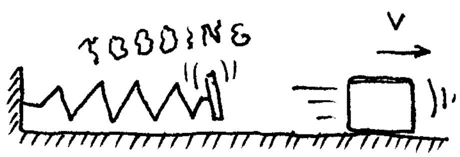
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Un resorte que está comprimido tiene energía almacenada.



RESORTE COMPRIMIDO TRATANDO DE EMPUJAR A UN CUERPO.

El cuerpo no se mueve y no tiene energía cinética. Pero si suelto el resorte...



Ahora el cuerpo sale despedido con una velocidad V.

Esa Energía Cinética que adquirió el cuerpo fue entregada por el resorte. La fórmula que me da la energía almacenada en función del estiramiento (o compresión) es:

$$\boxed{E_{Elás.} = \tfrac{1}{2}\, K \cdot (\,\Delta x)^{2}}$$

Energía elástica almacenada en un resorte.

Energía potencial elástica acumulada en el resorte.

Constante del resorte.

Distance fue comprimido (o estirado).

ENERGÍA MECÁNICA DE UN SISTEMA

La E_m de un sistema en un momento determinado es la suma de la energía cinética, + la energía potencial, + la energía elástica que el tipo tiene en ese momento. Es decir:

$$\boxed{E_m = E_c + E_p + E_E}$$

Energía mecánica.

FUERZAS CONSERVATIVAS

Una fuerza es conservativa si la **energía mecánica** del sistema **no cambia** mientras ella actúa. O sea, una fuerza conservativa hace que la energía mecánica se conserve. La fuerza PESO y la FUERZA DE UN RESORTE son conservativas. El rozamiento, no.

CONSERVACION DE LA ENERGIA

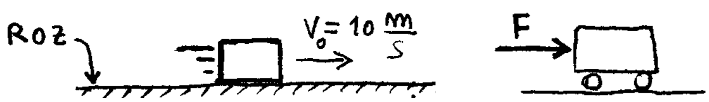
Si sobre un cuerpo actúan solamente fuerzas conservativas, la energía mecánica se va a conservar. Es decir, la energía mecánica que hay al final tendrá que ser igual a la Energía mecánica que había al principio. Se plantea:

$$E_{mec\ Final} = E_{Mecanica\ inicial}$$

O sea $E_{Cin\ Final} + E_{Pot\ Final} + E_{Elas\ Final} = E_{Cin\ inicial} + E_{Pot\ inicial} + E_{Elas\ inicial}$

FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Una fuerza es no conservativa cuando hace que la energía del sistema no se conserve. Las fuerzas **no** conservativas hacen que el sistema gane o pierda energía mecánica. Las 2 fuerzas NO – CONSERVATIVAS más importantes son la fuerza de rozamiento y una fuerza exterior.



LAS FUERZAS DE ROZAMIENTO Y LAS FUERZAS EXTERIORES SON NO-CONSERVATIVAS

Supongamos que tengo un sistema con una energía mecánica inicial de 100 Joule. Ahora hago que actúe la fuerza. Si cuando la fuerza deja de actuar, la E_{mec} del sistema es de más de 100 Joule o es de menos de 100 J, entonces esa fuerza es **no conservativa**.

PLANTEO DE LOS PROBLEMAS DONDE NO SE CONSERVA LA ENERGIA

Si en un problema actúan fuerzas no conservativas, no se puede plantear que la $E_{mec\ Final} = E_{Mecanica\ inicial}$. Ahora hay una fuerza no conservativa que está sacando o está agregando energía al sistema. Hay que plantear que:

$$\boxed{L_{F\ No\text{-}Cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}}$$

Teorema del L y la E. Mecánica.

O sea, hay que hacer la siguiente cuenta:

$$L_{F\ No\text{-}Cons} = (E_{Cin\ Final} + E_{Pot\ Final} + E_{Elas\ Final}) - (E_{Cin\ inicial} + E_{Pot\ inicial} + E_{Elas\ inicial})$$

POTENCIA

Para tener una idea de qué tan rápido una cosa puede realizar trabajo, lo que se hace es dividir el trabajo realizado por el tiempo que se tardó en realizarlo.

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$$

Trabajo efectuado

Tiempo empleado

Las unidades de potencia serán las de trabajo divididas por las de tiempo. El trabajo realizado se mide en Joules (N x m) y el tiempo en seg. Entonces:

$$[\,P\,] = \frac{Joule}{seg} \rightarrow [\,P\,] = \frac{N \times m}{seg} \longleftarrow$$

A esta unidad se la llama Watt.

Si una fuerza de 1 Newton recorre una distancia de 1 metro en 1 segundo, la potencia entregada será de 1 Watt. La potencia vendría a ser una medida de la velocidad con la que se realiza trabajo.

OTRAS UNIDADES DE POTENCIA

$$1\ \text{H.P.} = 76\ \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 745\ \text{Watt}$$

Hay otra unidad que se usa que es el Kilowatt-hora. El Kw-h es una unidad de **energía**, no de potencia. 1 Kw-hora no son 1.000 Watt. Son 1.000 Watt × 1 hora.

$$\boxed{1\ \text{Kw-h} = 3{,}6 \times 10^6\ \text{Joule.}} \quad \leftarrow \quad 1 \quad \text{Kilowatt- hora}$$

OTRA FORMULA PARA CALCULAR LA POTENCIA

Si conozco la velocidad que tiene el cuerpo en un momento determinado y conozco la velocidad del cuerpo en ese momento, puedo calcular la potencia con la fórmula:

$$\boxed{P = F \times v} \quad \leftarrow \text{Otra forma de calcular la potencia}$$

A esto se lo llama Potencia instantánea. Es instantánea porque vale sólo en ese momento. Cuando pasó 1 segundo, la velocidad del cuerpo ya cambió y la potencia se modificó.

CHOQUE. (IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO)

IMPULSO DE UNA FUERZA

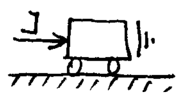
Si una fuerza actúa durante un tiempo Δt, el impulso aplicado vale F por delta t. Al impulso se lo suele llamar con la letra I o con la letra Jota.

$$\boxed{J = F \cdot \Delta t}$$ ⟵ Impulso ejercido por una fuerza F.

J se mide en unidades de Fuerza por unidades de tiempo, es decir, Newton x seg. Si a 1 Newton lo pongo como 1 $Kg \times m/s^2$ me queda:

$$[\,J\,] = \text{Newton} \times \text{seg} = Kg \times \frac{m}{s}$$ ⟵ Unidades del impulso

La unidad kg$\times$m/s no tiene ningún nombre. El impulso es un **vector**. Tiene punto de aplicación, sentido y módulo. Se lo representa por una flecha así:



⟵ Un cuerpo al que se le aplica un impulso.

Ojo con el signo de jota. Si yo tomé mi sistema de referencia para allá ⇨ y J va para allá ⇨ , será ⊕. Si va al revés será ⊖ .

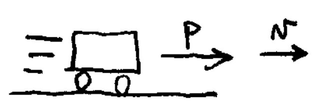
CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Si un cuerpo de masa m se viene moviendo con velocidad V, digo que la cantidad de movimiento que tiene vale m por V. A la cantidad de movimiento se la suele poner con la letra P. Me queda:

$$\boxed{P = m \times v}$$ ⟵ Cantidad de movimiento.

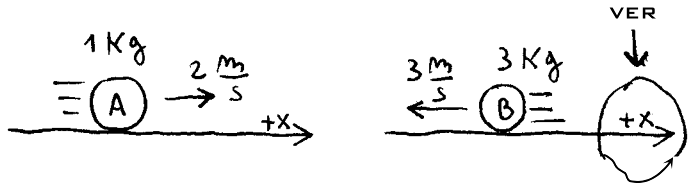
A P se la llama a veces Momento lineal, cantidad de movimiento lineal o también Ímpetu. Recordá estos nombres. Alguna gente los usa.

La cantidad de movimiento es un **vector**. Tiene dirección, sentido, módulo y punto de aplicación. Al vector P lo dibujo así:



⇦ Representación del vector Cantidad de Movimiento

Ojo con el signo de P. Si yo tomé mi sistema de referencia para allá ⟹ y P va para allá ⟹ , será ⊕. Si va al revés será ⊖ . Ejemplo:



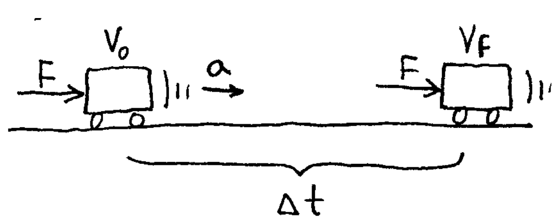
$P_A = m_A . V_A = 2$ kg.m/s

$P_B = m_B . V_B = -9$ kg.m/s ⟵ Ver

Repito. Fijate bien el signo de la cantidad de movimiento para el cuerpo B. El cuerpo B se mueve al revés del eje x, por lo tanto su cantidad de movimiento es <u>negativa</u>. (Es decir, lo que es negativo es su velocidad. Por eso $m \times v$ da negativo).

<u>RELACIÓN ENTRE EL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO</u>

Imaginate un cuerpo que tiene una fuerza aplicada que actúa durante un tiempo Δt. Esta fuerza va empujando al cuerpo. Durante todo el intervalo Δt el tipo va acelerando. Si inicialmente tiene una velocidad V_0, al final tendrá una velocidad V_f .



⟵ Una fuerza empuja un carrito durante un tiempo Δt.

La relación que hay entre el impulso J y la cantidad de movimiento es:

$$\underbrace{F \times \Delta t}_{J} = \underbrace{m \times v_f}_{P_f} - \underbrace{m \times v_0}_{P_0}$$

Es decir: $$\boxed{J = P_f - P_0}$$ ⟵ Relación entre J y P.

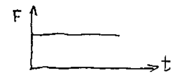
Ahora, $P_f - P_0$ es delta P. Es decir, J = a la variación de P. Entonces la fórmula $J = \Delta P$ se lee así :

> Si sobre un cuerpo actúa una fuerza **F** exterior, el impulso aplicado por esta fuerza será igual a la <u>**variación**</u> de la cantidad de movimiento.

Ver!

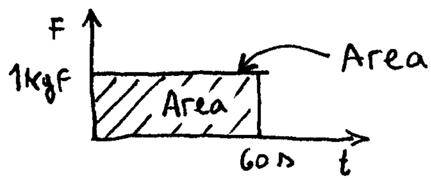
EL ÁREA BAJO LA CURVA DE F EN FUNCIÓN DE t ES EL IMPULSO EJERCIDO

Suponé que un cuerpo se mueve empujado por una fuerza. Si F es constante, el gráfico de F en función del tiempo sería así:



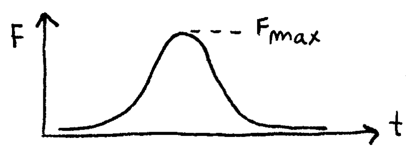
⇐ Un carrito que es empujado por una fuerza **F**.

El impulso ejercido por esa fuerza durante cierto tiempo Δt vale $F \cdot \Delta t$. Si la fuerza que empuja vale 1 kgf y tiempo Δt vale 1 minuto, la superficie del gráfico me estaría dando el valor del impulso ejercido durante ese minuto.



$\text{Área} = F \times \Delta t = \text{Impulso ejercido}$

Las fuerzas que aparecen en los choques se llaman fuerzas impulsivas. Esas fuerzas no son constantes. Suelen tener esta forma :



← Fuerza que aparece en un choque.

Aun cuando la fuerza durante el choque **no es constante**, el área del gráfico de F en función de t sigue siendo el impulso ejercido por la fuerza durante ese Δt.

Conclusión:

$$\boxed{\text{Área del gráfico} = \text{Impulso ejercido}}$$

CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO CUANDO NO ACTÚAN FUERZAS EXTERIORES. (← Importante).

Si sobre el cuerpo <u>NO</u> actúan fuerzas exteriores, no se está ejerciendo ningún impulso, de manera que el **J** aplicado vale cero. Entonces me queda:

$$\underbrace{0}_{J} = m \cdot v_f - m \cdot v_0$$

$$\Rightarrow \underbrace{m \cdot v_f}_{\text{Cantidad de Mov. final } (P_f)} = \underbrace{m \cdot v_0}_{\text{Cantidad de Mov. inicial } (P_0)}$$

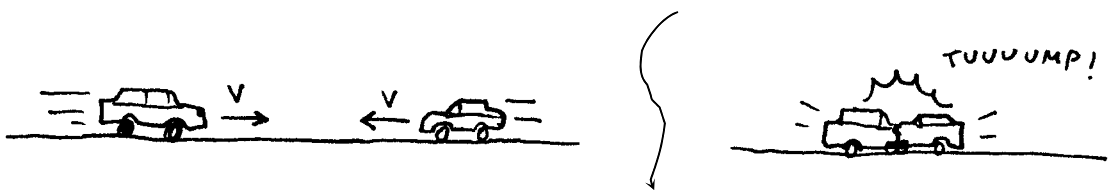
Esta última conclusión se lee así: cuando sobre un cuerpo **no actúan fuerzas exteriores**, su cantidad de movimiento final será igual a la cantidad de movimiento inicial.

> Si sobre un cuerpo **NO** actúan fuerzas exteriores, su cantidad de movimiento se conservará. En forma matemática:
>
> $$\text{Si} \quad F_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_f = P_0$$

A este asunto se lo llama Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento.

CHOQUE

Tengo un choque cuando 2 cuerpos chocan. (Colisionan). Es lo que uno conoce de la vida diaria. Los cuerpos pueden ir en el mismo sentido o en sentido contrario.



En un choque no actúan fuerzas exteriores. Quiere decir que la cantidad de movimiento se va a conservar. Esto vale para cualquier tipo de choque. Entonces

> **CUANDO DOS COSAS CHOCAN, LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL ANTES DEL CHOQUE TIENE QUE SER = A LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL DESPUÉS DEL CHOQUE. ESTO VALE PARA CUALQUIER TIPO DE CHOQUE .**

Hay dos casos posibles de choques: Plástico y elástico:

1 - CHOQUE PLÁSTICO:

Los cuerpos quedan pegados después del choque. Es un choque en donde se pierde energía. Ejemplo: Dos bolas de plastilina que chocan y quedan pegadas. En los choques plásticos la cantidad de movimiento se conserva. Se plantea que la cantidad de movimiento que tienen los 2 cuerpos **antes** del choque tiene que ser igual a la cantidad de movimiento de los 2 cuerpos **después** del choque. O sea: $P_{FINAL} = P_{INICIAL}$.

O sea:

$$\boxed{m_1 \times V_{01} + m_2 \times V_{02} = (m_1 + m_2) \times V_{Final}}$$

FORMULA PARA EL CHOQUE PLASTICO

En esta fórmula hay que tener un poco de cuidado con los signos. Si uno de los cuerpos va en sentido contrario al otro, **una de las velocidades va a ser negativa**.

El término $(m_1 + m_2)$ proviene de que después del choque los cuerpos quedan pegados.

Después del choque los cuerpos quedan deformados (Como en un choque de autos).

Por eso a este tipo de choque se lo llama plástico.

Esto de deformarse hace que los cuerpos se calienten. Por eso: (Importante):

EN LOS CHOQUES PLASTICOS SE PIERDE ENERGÍA EN FORMA DE CALOR

---

2 - <u>CHOQUE ELÁSTICO</u>:

Es un choque en donde **<u>NO</u>** se pierde energía. Ejemplo: dos bolas de billar que chocan y rebotan. Los cuerpos se separan después del choque. (Rebotan). La cantidad de movimiento se va a conservar (Como en todo choque). O sea:

$$\boxed{m_1 \times V_{01} + m_2 \times V_{02} = m_1 \times V_{F1} + m_2 \times V_{F2}}$$

⇦ 1ra FORMULA PARA EL CHOQUE ELASTICO

Fijate que esta fórmula **<u>no es igual</u>** a la del choque plástico porque en choque elástico los cuerpos quedan separados después del choque.

La 2da formula para los choques elásticos es la de la conservación de la energía cinética. Lo que se plantea es que la Energía cinética **<u>ANTES</u>** del choque tiene que ser igual a la energía cinética **<u>DESPUES</u>** del choque. O sea $E_{CIN\ inicial} = E_{CIN\ FINAL}$. O sea:

$$E_{CIN\ INICIAL\ DEL\ CUERPO\ 1} + E_{CIN\ INIC\ DEL\ CUERPO\ 2} = E_{CIN\ FINAL\ DEL\ CUERPO\ 1} + E_{CIN\ FINAL\ DEL\ CPO\ 2}$$

O sea:

$$\boxed{\tfrac{1}{2}\, m_1 \times V_{01}^2 + \tfrac{1}{2}\, m_2 \times V_{02}^2 = \tfrac{1}{2}\, m_1 \times V_{F1}^2 + \tfrac{1}{2}\, m_2 \times V_{F2}^2}$$

⇦ 2da FORMULA PARA EL CHOQUE ELASTICO

En esta fórmula no hay problema con los signos menos. Las velocidades están al ^{2} y los signos – se cancelan.

<u>FORMULA SALVADORA PARA EL CHOQUE ELASTICO</u>

La ecuación de conserv. de energía para el choque elástico es $\frac{1}{2}\, m_1 \times V_{01}^2 + \frac{1}{2}\, m_2 \times V_{02}^2 = \frac{1}{2}\, m_1 \times V_{F1}^2 + \frac{1}{2}\, m_2 \times V_{F2}^2$. Esta fórmula es complicada de plantear. Es muy larga, hay muchos cuadrados y uno se puede equivocar. Hay una ecuación que se puede poner en lugar de ese choclazo. Esta ecuación es :

$$\boxed{V_{01} - V_{02} = V_{F2} - V_{F1}}$$

← FORMULA SALVADORA

En esta fórmula:

V_{01} = Velocidad inicial del cuerpo 1

V_{02} = Velocidad inicial del cuerpo 2

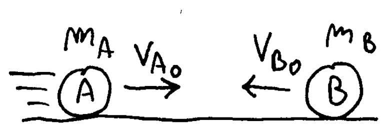
V_{F2} = Velocidad final del cuerpo 2

V_{F1} = Velocidad final del cuerpo 1

El significado conceptual de esta ecuación es que la velocidad relativa de acercamiento de los cuerpos antes del choque ($V_{01} - V_{02}$) es igual a la velocidad relativa de alejamiento de los cuerpos después del choque ($V_{F2} - V_{F1}$).

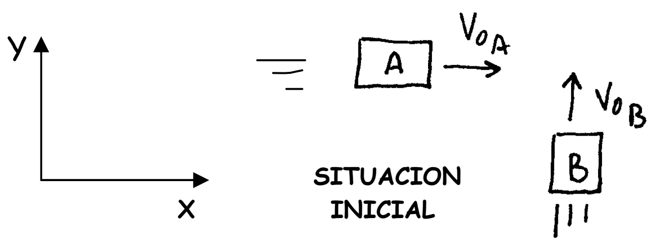
CHOQUE PLASTICO EN 2 DIMENSIONES

Las ecuaciones anteriores de choque eran para choques en una dimensión. Esto quiere decir que los cuerpos venían moviéndose sobre una misma línea recta.



⇦ **CHOQUE EN UNA SOLA DIMENSION**

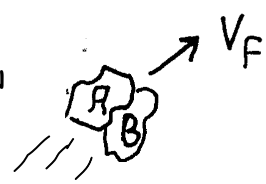
Pero uno podría llegar a tener un choque en donde los cuerpos vinieran moviéndose en forma perpendicular o en forma inclinada. Para resolver este tipo de choques lo que se hace es dividir el problema en dos. Por un lado se analiza lo que pasa en el eje equis y por el otro lo que pasa en el eje Y. Después lo que se hace es plantear conservación de la cantidad de movimiento en cada uno de los ejes. Fijate.



SITUACION INICIAL

⇦ **LOS CUERPOS A Y B VAN A CHOCAR**

SITUACION FINAL



⇦ **LOS 2 CUERPOS SIGUEN JUNTOS FORMANDO UN ANGULO ALFA.**

Entonces, en el eje equis planteo:

$$P_{0x} = P_{fx} \implies m_A.V_{0A} = (m_A + m_C). V_{fx}$$

En el eje Y:

$$P_{0y} = P_{fy} \implies m_C.V_{0C} = (m_A + m_C). V_{fy}$$

Me queda un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Las incógnitas son las velocidades finales en equis y en **Y** .

Despejando V_{fx} y V_{fy} :

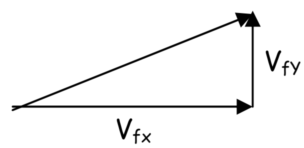
$$V_{fx} = \ldots \text{ m/s}$$

$$V_{fy} = \ldots \text{ m/s}$$

Componiendo V_{fx} y V_{fy} por Pitágoras saco la velocidad total :

$$V_T = \sqrt{V_{fx}^2 + V_{fy}^2} \Leftarrow$$ VELOCIDAD FINAL DESPUES DEL CHOQUE

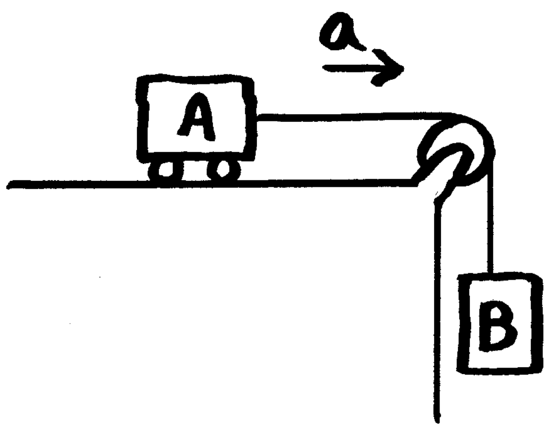
Para sacar el ángulo que forma la velocidad final con el eje X dibujo un triangulito:



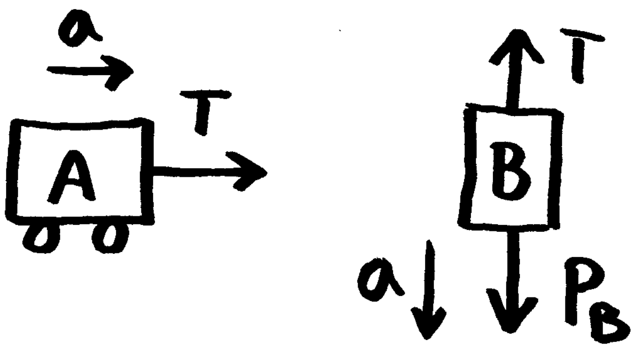
Entonces, en ese triángulo que dibujé : $Tg\ \alpha = V_{fy} / V_{fx}$ ➔ Saco el ángulo α.

Fin Teoría de Choque

INDICE



← ESQUEMA



← DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

← ECUACIONES